

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Họ và tên: _____

Ngày: _____

DẠNG 1. Nhận biết hệ · kiểm tra nghiệm

Gợi ý: mỗi bất phương trình phải là bậc nhất với x, y ; nghiệm của hệ phải thoả mãn tất cả các bất phương trình.

Bài 1. Hệ nào là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn? Nếu không, nói rõ vì sao.

a)
$$\begin{cases} x - 3y \leq 5 \\ 2x + y > 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + y^2 \geq 1 \\ x - y < 2 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 3^2x - y < 4 \\ x + 2^3y \geq 7 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x + y + z \leq 6 \\ x - y > 0 \end{cases}$$

Bài 2. Cho hệ
$$\begin{cases} x - 2y \leq 4 \\ 3x + y > 5 \end{cases}$$
. Trong các cặp số $(2; 0)$, $(4; 0)$, $(1; 2)$, $(0; -2)$, cặp nào là nghiệm của hệ?

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Bạn Minh nói: "Cặp $(3; 1)$ là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x + y \leq 4 \\ x - y > 2 \end{cases}$$
, vì $3 + 1 = 4 \leq 4$." Minh đúng hay sai? Vì sao?

.....

.....

.....

DẠNG 2. Biểu diễn miền nghiệm

Gợi ý: vẽ từng đường thẳng bờ (có dấu bằng thì nét liền, không có thì nét đứt); thử một điểm rồi gạch bỏ nửa không phải nghiệm; phần không bị gạch là miền nghiệm.

Bài 4. Biểu diễn miền nghiệm của mỗi hệ sau trên mặt phẳng toạ độ.

$$\text{a) } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 8 \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\text{b) } \begin{cases} y \geq -1 \\ x + y \leq 3 \\ x - y \geq -1 \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c)
$$\begin{cases} x + 2y < 4 \\ y > x - 1 \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5. Miền nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y < 5 \end{cases}$$
 khác gì miền nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 5 \end{cases} \quad ?$$

.....

.....

.....

DẠNG 3. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất · bài toán thực tế

Gợi ý: gọi ẩn, lập hệ; vẽ miền nghiệm và tìm các đỉnh; tính biểu thức tại từng đỉnh rồi so sánh.

Bài 6. Xét miền tam giác có ba đỉnh $O(0; 0)$, $A(4; 0)$, $B(0; 8)$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mỗi biểu thức trên miền đó.

a) $F = 3x + y$

.....

.....

.....

b) $G = x - y$

.....

.....

.....

Bài 7. Một nhóm bạn làm đồ thủ công để bán gây quỹ. Mỗi chiếc vòng tay cần 2 giờ làm, mỗi chiếc móc khoá cần 1 giờ làm; cả nhóm có 40 giờ. Tiền nguyên liệu cho mỗi chiếc (loại nào cũng vậy) là 30 nghìn đồng; cả nhóm có 900 nghìn đồng. Mỗi vòng tay lãi 25 nghìn đồng, mỗi móc khoá lãi 15 nghìn đồng. Nên làm mỗi loại bao nhiêu chiếc để lãi nhiều nhất?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 8. Một trại gà cần mỗi ngày ít nhất 10 đơn vị đạm và ít nhất 8 đơn vị khoáng. Mỗi kg thức ăn loại I có 2 đơn vị đạm và 1 đơn vị khoáng, giá 20 nghìn đồng. Mỗi kg thức ăn loại II có 1 đơn vị đạm và 2 đơn vị khoáng, giá 15 nghìn đồng. Mỗi ngày trại chỉ mua được nhiều nhất 6 kg mỗi loại. Nên mua mỗi loại bao nhiêu kg để chi phí ít nhất?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

DẠNG 1. Nhận biết hệ · kiểm tra nghiệm

Cách làm. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn gồm hai hay nhiều bất phương trình dạng $ax + by \leq c$ (hoặc $<$, $>$, $\geq$). Có x^2 , y^2 , xy hoặc ẩn thứ ba thì không phải. Chú ý: 3^2 , 2^3 chỉ là số.

Cặp $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ khi thay vào bất phương trình nào cũng được khẳng định đúng. Nhớ: $4 \leq 4$ đúng, còn $5 > 5$ sai.

Bài 1.

a) Cả hai đều là bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Đáp án: **Có**

b) Bất phương trình đầu có y^2 . Đáp án: **Không**

c) $3^2 = 9$, $2^3 = 8$ chỉ là số, hệ là $9x - y < 4$, $x + 8y \geq 7$. Đáp án: **Có**

d) Bất phương trình đầu có ba ẩn x, y, z . Đáp án: **Không**

Bài 2. $(2; 0)$: $2 \leq 4$ đúng, $6 > 5$ đúng. $(4; 0)$: $4 \leq 4$ đúng, $12 > 5$ đúng.

$(1; 2)$: $1 - 4 = -3 \leq 4$ đúng, nhưng $3 + 2 = 5 > 5$ sai. $(0; -2)$: $0 + 4 = 4 \leq 4$ đúng, nhưng $-2 > 5$ sai.

Đáp án: **$(2; 0)$ và $(4; 0)$**

Bài 3. Minh mới thử một bất phương trình. Thử tiếp: $3 - 1 = 2$, mà $2 > 2$ là sai. Cặp $(3; 1)$ không thỏa mãn bất phương trình thứ hai nên không phải nghiệm của hệ.

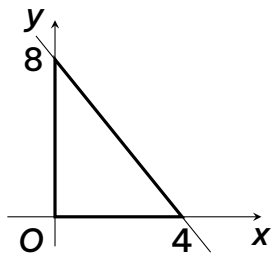
Đáp án: **Minh sai**

DẠNG 2. Biểu diễn miền nghiệm

Cách làm. Bước 1: vẽ bờ $ax + by = c$ của từng bất phương trình. Bước 2: thử một điểm (thường là O) để biết giữ nửa nào, gạch bỏ nửa kia. Bước 3: phần không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

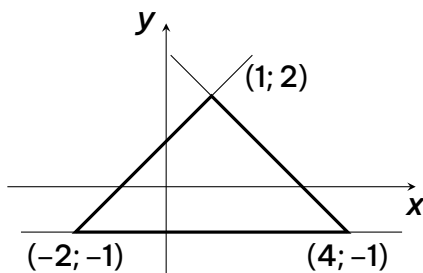
Bài 4.

a) Gạch bên trái trục tung, bên dưới trục hoành. Bờ $2x + y = 8$ qua $(4; 0)$ và $(0; 8)$; O : $0 \leq 8$ đúng nên giữ phía có O .



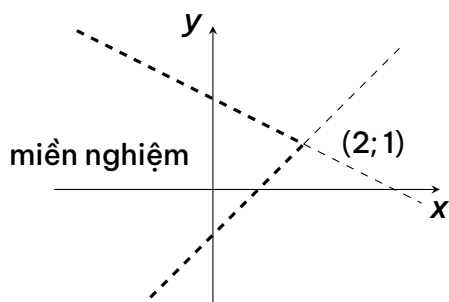
Đáp án: **Tam giác đỉnh $(0; 0)$, $(4; 0)$, $(0; 8)$, kể cả ba cạnh**

- b) Bờ $y = -1$: giữ phía trên. Bờ $x + y = 3$: O cho $0 \leq 3$ đúng, giữ phía có O. Bờ $x - y = -1$: O cho $0 \geq -1$ đúng, giữ phía có O. Các đỉnh: $(-2; -1)$, $(4; -1)$, $(1; 2)$.



Đáp án: **Tam giác đỉnh $(-2; -1)$, $(4; -1)$, $(1; 2)$, kể cả ba cạnh**

- c) Cả hai bờ $x + 2y = 4$ và $y = x - 1$ đều vẽ nét đứt. O: $0 < 4$ đúng và $0 > -1$ đúng, nên với cả hai bờ đều giữ phía có O. Hai bờ cắt nhau tại $(2; 1)$.



Đáp án: **Miền góc chứa O, đỉnh $(2; 1)$, không kể hai cạnh**

Bài 5. Hệ sau có miền nghiệm là tam giác đỉnh $(0; 0)$, $(5; 0)$, $(0; 5)$, kể cả ba cạnh. Hệ đều dùng dấu $<$ nên bờ $x + y = 5$ vẽ nét đứt: các điểm trên cạnh nối $(5; 0)$ với $(0; 5)$ không thuộc miền nghiệm.

Đáp án: **Hệ đều bỏ đi cạnh nằm trên bờ $x + y = 5$**

DẠNG 3. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất · bài toán thực tế

Cách làm. Trên miền đa giác, biểu thức $F = ax + by$ đạt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất tại các đỉnh. Tính F ở mọi đỉnh rồi so sánh. Bài thực tế nhớ thêm điều kiện $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Bài 6.

- a) $F(O) = 0$, $F(A) = 12$, $F(B) = 8$. Đáp án: **Lớn nhất 12 tại A, nhỏ nhất 0 tại O**

b) $G(O) = 0, G(A) = 4, G(B) = -8$. Đáp án: **Lớn nhất 4 tại A, nhỏ nhất -8 tại B**

Bài 7. Gọi x là số vòng tay, y là số móc khoá. Hệ: $x \geq 0, y \geq 0, 2x + y \leq 40, 30x + 30y \leq 900$ hay $x + y \leq 30$.

Miền nghiệm là tứ giác có đỉnh $(0; 0), (0; 30), (10; 20), (20; 0)$. Đỉnh $(10; 20)$ là giao của $2x + y = 40$ và $x + y = 30$ (trừ vế với vế được $x = 10$).

Lãi (nghìn đồng) $F = 25x + 15y$: $F(0; 0) = 0, F(0; 30) = 450, F(10; 20) = 550, F(20; 0) = 500$.

Đáp án: **10 vòng tay và 20 móc khoá, lãi 550 nghìn đồng**

Bài 8. Gọi x, y là số kg loại I, loại II. Hệ: $0 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 6, 2x + y \geq 10, x + 2y \geq 8$.

Miền nghiệm là tứ giác có đỉnh $(2; 6), (4; 2), (6; 1), (6; 6)$. Đỉnh $(4; 2)$ là giao của $2x + y = 10$ và $x + 2y = 8$.

Chi phí (nghìn đồng) $C = 20x + 15y$: $C(2; 6) = 130, C(4; 2) = 110, C(6; 1) = 135, C(6; 6) = 210$.

Đáp án: **4 kg loại I và 2 kg loại II, chi phí 110 nghìn đồng**