

Hệ thức lượng trong tam giác

Họ và tên: _____

Ngày: _____

DẠNG 1. Biết hai cạnh và góc xen giữa

Gợi ý: cạnh thứ ba tính bằng định lí côsin; diện tích bằng một nửa tích hai cạnh nhân sin góc xen giữa.

Bài 1. Tam giác PQR có $PQ = 3$, $PR = 8$, $\hat{P} = 60^\circ$.

a) Tính độ dài cạnh QR .

.....

.....

.....

b) Tính diện tích tam giác PQR .

.....

.....

c) Tính đường cao kẻ từ P (làm tròn đến hàng phần trăm).

.....

.....

Bài 2. Một tam giác có hai cạnh dài 5 và 16, góc xen giữa bằng 120° . Bạn Minh tính cạnh thứ ba x như sau: $x^2 = 5^2 + 16^2 - 80 = 201$. Minh sai ở đâu? Tính lại cho đúng.

.....

.....

.....

.....

DẠNG 2. Biết một cạnh và hai góc

Gợi ý: tính góc thứ ba (tổng ba góc bằng 180°), rồi dùng định lí sin, ghép mỗi cạnh với góc đối diện nó.

Bài 3. Tam giác HIK có $\hat{H} = 45^\circ$, $\hat{K} = 30^\circ$, $HI = 6$.

a) Tính góc I và độ dài cạnh IK .

.....

.....

.....

.....

b) Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp.

.....

.....

c) Tính độ dài cạnh HK (làm tròn đến hàng phần trăm).

.....

.....

Bài 4. Tam giác XYZ có $\hat{X} = 120^\circ$, $\hat{Y} = 30^\circ$, $YZ = 9$. Tính XZ và diện tích tam giác.

.....

.....

.....

.....

.....

DẠNG 3. Biết ba cạnh

Gợi ý: góc tính bằng $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$; có góc rồi thì dùng tiếp định lí côsin cho tam giác nhỏ hơn, hoặc tính diện tích bằng một nửa tích hai cạnh nhân sin góc xen giữa.

Bài 5. Tam giác RST có $RS = 11$, $ST = 13$, $RT = 20$. Gọi M là trung điểm của cạnh RT .

a) Tính $\cos R$.

.....

.....

.....

b) Tính độ dài đoạn SM (làm tròn đến hàng phần trăm).

.....

.....

.....

.....

c) Tính diện tích tam giác RSM .

.....

.....

.....

Bài 6. Tam giác có ba cạnh 5, 19, 21. Tính góc đối diện cạnh 19 và diện tích tam giác.

.....

.....

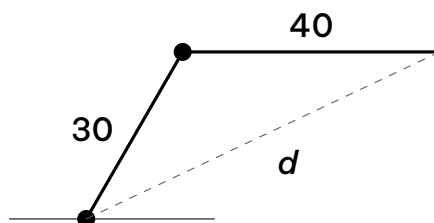
.....

.....

DẠNG 4. Bài toán thực tế

Gợi ý: vẽ tam giác, ghi những gì đã biết; có góc xen giữa hoặc đủ ba cạnh thì dùng định lí côsin, có cặp cạnh và góc đối diện thì dùng định lí sin.

Bài 7. Một chiếc đèn bàn có hai đoạn cần nối nhau bằng một khớp: đoạn dưới dài 30 cm, đoạn trên dài 40 cm.



- a) Khi khớp mở góc 120° , đầu đèn cách chân cần bao nhiêu xăng-ti-mét (làm tròn đến hàng phần mười)?

.....

.....

.....

.....

- b) Gập khớp lại còn 60° thì khoảng cách đó là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần mười)?

.....

.....

.....

Bài 8. Người ta tìm thấy một mảnh vỡ của chiếc đĩa gốm tròn. Trên vành mảnh vỡ, lấy ba điểm M, N, P (M nằm giữa N và P trên vành). Đo được $NP = 13$ cm và $\widehat{NMP} = 150^\circ$. Chiếc đĩa ban đầu có đường kính bao nhiêu?

.....

.....

.....

.....

Hệ thức lượng trong tam giác

DẠNG 1. Biết hai cạnh và góc xen giữa

Cách làm. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ (góc A xen giữa hai cạnh b, c); $S = \frac{1}{2}bc \sin A$. Nhớ: $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$ (góc tù thì cosin âm, “trừ” thành “cộng”).

Bài 1.

a) $QR^2 = 3^2 + 8^2 - 2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ = 9 + 64 - 24 = 49$. Đáp án: $QR = 7$

b) $S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8 \cdot \sin 60^\circ = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$. Đáp án: $S = 6\sqrt{3} \approx 10,39$

c) $S = \frac{1}{2} \cdot QR \cdot h$ nên $h = \frac{2S}{QR} = \frac{12\sqrt{3}}{7}$. Đáp án: $h = \frac{12\sqrt{3}}{7} \approx 2,97$

Bài 2. $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$ nên $-2 \cdot 5 \cdot 16 \cdot \cos 120^\circ = +80$ (Minh đã lấy $\cos 120^\circ = \frac{1}{2}$). $x^2 = 25 + 256 + 80 = 361$.

Đáp án: $x = 19$

DẠNG 2. Biết một cạnh và hai góc

Cách làm. $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$. Cạnh nào đi với góc đối diện cạnh đó.

Bài 3.

a) $\hat{I} = 180^\circ - 45^\circ - 30^\circ = 105^\circ$. Cạnh HI đối diện góc K , cạnh IK đối diện góc H : $\frac{IK}{\sin 45^\circ} = \frac{6}{\sin 30^\circ} = 12$, nên $IK = 12 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$. Đáp án: $\hat{I} = 105^\circ; IK = 6\sqrt{2} \approx 8,49$

b) $2R = \frac{HI}{\sin K} = \frac{6}{\sin 30^\circ} = 12$. Đáp án: $R = 6$

c) HK đối diện góc I : $HK = 2R \sin 105^\circ = 12 \sin 105^\circ$. Đáp án: $HK \approx 11,59$

Bài 4. $\hat{Z} = 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ = 30^\circ$. Cạnh YZ đối diện góc X , cạnh XZ đối diện góc Y : $\frac{XZ}{\sin 30^\circ} = \frac{9}{\sin 120^\circ}$, nên $XZ = \frac{9 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 3\sqrt{3}$. Vì $\hat{Y} = \hat{Z}$ nên $XY = XZ = 3\sqrt{3}$. $S = \frac{1}{2} \cdot XY \cdot XZ \cdot \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \cdot 27 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.

Đáp án: $XZ = 3\sqrt{3} \approx 5,20; S = \frac{27\sqrt{3}}{4} \approx 11,69$

DẠNG 3. Biết ba cạnh

Cách làm. $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ với $p = \frac{a+b+c}{2}$ (nửa chu vi). Góc lớn nhất đối diện cạnh dài nhất; cosin âm thì góc tù.

Bài 5.

a) Góc R đối diện cạnh ST : $\cos R = \frac{RS^2 + RT^2 - ST^2}{2 \cdot RS \cdot RT} = \frac{121 + 400 - 169}{2 \cdot 11 \cdot 20} = \frac{352}{440} = 0,8$.

Đáp án: $\cos R = 0,8$

b) Trong tam giác RSM có $RS = 11$, $RM = 10$ và góc R xen giữa: $SM^2 = 11^2 + 10^2 - 2 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 0,8 = 221 - 176 = 45$. Đáp án: $SM = 3\sqrt{5} \approx 6,71$

c) Góc R nhọn nên $\sin R = \sqrt{1 - 0,8^2} = 0,6$. $S_{RSM} = \frac{1}{2} \cdot RS \cdot RM \cdot \sin R = \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 10 \cdot 0,6 = 33$.
Đáp án: $S_{RSM} = 33$

Bài 6. $\cos = \frac{5^2 + 21^2 - 19^2}{2 \cdot 5 \cdot 21} = \frac{105}{210} = \frac{1}{2}$, nên góc đó bằng 60° . $S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 21 \cdot \sin 60^\circ = \frac{105\sqrt{3}}{4}$.

Đáp án: góc 60° ; $S = \frac{105\sqrt{3}}{4} \approx 45,47$

DẠNG 4. Bài toán thực tế

Cách làm. Đưa tình huống về một tam giác. Hỏi bán kính (đường kính) của đường tròn đi qua ba điểm thì nghĩ tới $\frac{a}{\sin A} = 2R$.

Bài 7.

a) $d^2 = 30^2 + 40^2 - 2 \cdot 30 \cdot 40 \cdot \cos 120^\circ = 2500 + 1200 = 3700$, nên $d = 10\sqrt{37}$.
Đáp án: $d = 10\sqrt{37} \approx 60,8 \text{ cm}$

b) $d^2 = 2500 - 2 \cdot 30 \cdot 40 \cdot \frac{1}{2} = 1300$, nên $d = 10\sqrt{13}$. Đáp án: $d = 10\sqrt{13} \approx 36,1 \text{ cm}$

Bài 8. Ba điểm M, N, P nằm trên vành đĩa nên vành đĩa là đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP . Cạnh NP đối diện góc M : $2R = \frac{NP}{\sin M} = \frac{13}{\sin 150^\circ} = \frac{13}{\frac{1}{2}} = 26$.

Đáp án: đường kính 26 cm