

Tổng và hiệu của hai vectơ

Họ và tên: _____

Ngày: _____

DẠNG 1. Rút gọn và chứng minh đẳng thức vectơ

Gợi ý: xếp các vectơ nối đuôi nhau để dùng quy tắc ba điểm; gộp phép trừ hai vectơ chung gốc thì dùng quy tắc hiệu.

Bài 1. Rút gọn các biểu thức sau.

a) $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{FG}$

.....
.....

b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$

.....
.....

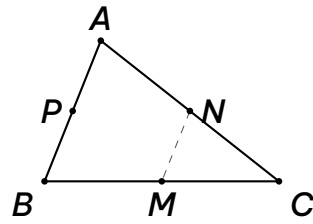
c) $\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM}$

.....
.....
.....

Bài 2. Cho năm điểm A, B, C, D, E bất kì. Chứng minh rằng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$.

.....
.....
.....
.....
.....

Bài 3. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Chứng minh rằng $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

DẠNG 2. Tính độ dài của vectơ tổng, vectơ hiệu

Gợi ý: thu tổng hoặc hiệu về một vectơ duy nhất rồi mới tính độ dài của đoạn thẳng đó. Độ dài của tổng không phải là tổng hai độ dài.

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 9$, $AC = 12$. Tính độ dài của các vectơ sau.

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

.....

.....

.....

.....

b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

.....

.....

.....

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

.....

.....

Bài 5. Cho tam giác DEF vuông cân tại D , $DE = DF = 5$. Tính độ dài của các vectơ sau.

a) $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DF}$

.....

.....

.....

b) $\overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DF}$

.....

.....

c) $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{EF}$

.....

.....

.....

.....

.....

DẠNG 3. Bài toán hợp lực và dịch chuyển

Gợi ý: vẽ các vectơ chung gốc (hoặc nối đuôi), dựng hình bình hành; hợp lực là đường chéo. Vật đứng yên khi tổng các lực bằng vectơ-không.

Bài 6. Một nhóm bạn đi dã ngoại: từ trại, cả nhóm đi 8 km về hướng bắc, rồi rẽ sang hướng tây đi 15 km.

a) Lúc này nhóm cách trại bao nhiêu ki-lô-mét?

.....

.....

.....

b) Sau đó nhóm đi tiếp 8 km về hướng nam. Bây giờ nhóm cách trại bao xa?

.....

.....

.....

Bài 7. Một chiếc vòng nhỏ nằm yên trên mặt bàn nhẵn, bị ba sợi dây kéo. Dây thứ nhất kéo về hướng đông với lực 9 N, dây thứ hai kéo về hướng bắc với lực 12 N. Tìm độ lớn lực kéo của dây thứ ba.

.....

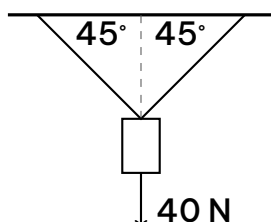
.....

.....

.....

.....

Bài 8. Một chiếc đèn lồng có trọng lượng 40 N được treo bằng hai sợi dây dài bằng nhau. Mỗi dây lệch 45° so với phương thẳng đứng (hai dây vuông góc với nhau). Tính lực căng của mỗi dây (làm tròn đến hàng phần mười).



.....

.....

.....

.....

.....

.....

Tổng và hiệu của hai vectơ

DẠNG 1. Rút gọn và chứng minh đẳng thức vectơ

Cách làm. Quy tắc ba điểm: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ (hai chữ giống nhau đứng cạnh nhau thì nối lại). Quy tắc hiệu: $\overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{MN}$ (chung gốc; điểm cuối viết trước, điểm đầu viết sau). Phép cộng vectơ giao hoán nên được đổi chỗ các số hạng. Trừ một vectơ là cộng với vectơ đối: $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$.

Bài 1.

a) Đổi chỗ: $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{EH}$. Đáp án: $\overrightarrow{EH}$

b) Quy tắc hiệu: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$. Vậy biểu thức bằng $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$. Đáp án: $\vec{0}$

c) $\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{NM}$; $\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{MN}$. Tổng: $\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MN} = \vec{0}$. Đáp án: $\vec{0}$

Bài 2. Xét hiệu hai vế: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EA}$ (vì $-\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BC}$, $-\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{DE}$). Nối đuôi liên tiếp: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$. Hiệu hai vế bằng $\vec{0}$ nên hai vế bằng nhau.

Đáp án: Hai vế bằng nhau (hiệu của chúng bằng $\vec{0}$).

Bài 3. NM là đường trung bình của tam giác ABC nên NM song song với AB và $NM = \frac{1}{2}AB = AP$; hai vectơ $\overrightarrow{NM}$, $\overrightarrow{AP}$ cùng hướng. Vậy $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{NM}$. M là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MC}$. Do đó $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$.

Đáp án: Thay $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{NM}$, $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MC}$ rồi nối đuôi.

DẠNG 2. Tính độ dài của vectơ tổng, vectơ hiệu

Cách làm. Hai vectơ chung gốc $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$: dựng hình bình hành $ABCD$. Tổng là đường chéo đi từ gốc chung ($\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$), hiệu là đường chéo còn lại ($\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$). Hai vectơ nối đuôi thì dùng quy tắc ba điểm. Sau đó tính độ dài bằng định lý Pythagore hoặc tam giác đặc biệt.

Bài 4.

a) Dựng hình chữ nhật $ABDC$: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$. Hai đường chéo hình chữ nhật bằng nhau nên $AD = BC = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$. Đáp án: 15

b) Quy tắc hiệu: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$, và $CB = 15$. (Không phải $12 - 9 = 3$.) Đáp án: 15

c) Quy tắc ba điểm: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$, dài 12 (không phải $9 + 15$). Đáp án: 12

Bài 5.

- a) Dựng hình vuông $DEKF$: $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DK}$, đường chéo hình vuông cạnh 5 nên $DK = 5\sqrt{2}$. Đáp án: $5\sqrt{2}$
- b) $\overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{FE}$, và $FE = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$. Đáp án: $5\sqrt{2}$
- c) Dựng hình bình hành $EDHF$: $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EH}$. Hai đường chéo EH, DF cắt nhau tại trung điểm I của mỗi đường, nên $DI = 2,5$ và $EH = 2EI$. Tam giác EDI vuông tại D :
 $EI = \sqrt{5^2 + 2,5^2} = \sqrt{31,25} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$. Vậy $EH = 5\sqrt{5}$. Đáp án: $5\sqrt{5}$

DẠNG 3. Bài toán hợp lực và dịch chuyển

Cách làm. Hợp lực của hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ là $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ (đường chéo hình bình hành). Hai lực vuông góc: $|\vec{F}| = \sqrt{|\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_2|^2}$. Vật đứng yên: lực còn lại là vectơ đối của hợp lực các lực kia (cùng độ lớn, ngược hướng).

Bài 6.

- a) Hai đoạn đường vuông góc, hai vectơ dịch chuyển nối đuôi nhau. Vectơ tổng dài $\sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$ km. (Không phải $8 + 15 = 23$ km.) Đáp án: **17 km**
- b) Đoạn 8 km về hướng nam là vectơ đối của đoạn 8 km về hướng bắc, tổng của chúng bằng $\vec{0}$. Chỉ còn lại dịch chuyển 15 km về hướng tây: nhóm cách trại 15 km. Đáp án: **15 km (về phía tây của trại)**

Bài 7. Hợp lực của hai dây đầu: hai lực vuông góc nên độ lớn bằng $\sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{225} = 15$ N. Vòng đứng yên nên tổng ba lực bằng $\vec{0}$: lực thứ ba là vectơ đối của hợp lực trên, tức cũng có độ lớn 15 N và ngược hướng với hợp lực đó.

Đáp án: **15 N, ngược hướng với hợp lực của hai dây đầu**

Bài 8. Gọi T là độ lớn lực căng của mỗi dây. Hai lực căng bằng nhau và vuông góc với nhau nên hợp lực của chúng là đường chéo của một hình vuông cạnh T : hướng thẳng đứng lên trên, độ lớn $T\sqrt{2}$. Đền đứng yên nên hợp lực này là vectơ đối của trọng lực: $T\sqrt{2} = 40$, suy ra $T = 20\sqrt{2} \approx 28,3$ N.

Đáp án: **$T = 20\sqrt{2} \approx 28,3$ N**