

Vectơ trong mặt phẳng tọa độ

Họ và tên: _____

Ngày: _____

DẠNG 1. Phép toán vectơ theo tọa độ

Gợi ý: nhân từng vectơ với số của nó, rồi cộng trừ hoành độ với hoành độ, tung độ với tung độ. Hỏi cùng phương thì so sánh hai tỉ số tọa độ.

Bài 1. Cho ba vectơ $\vec{a} = (-4; 3)$, $\vec{b} = (5; -2)$, $\vec{c} = (1; 6)$.

a) Tính tọa độ của $\vec{a} + \vec{b}$.

.....
.....

b) Tính tọa độ của $3\vec{a} - 2\vec{b}$.

.....
.....
.....

c) Tìm tọa độ của vectơ $\vec{x}$, biết $\vec{a} + 2\vec{x} = \vec{c}$.

.....
.....
.....

Bài 2. Trả lời các câu sau.

a) Hai vectơ $\vec{p} = (-6; 15)$ và $\vec{q} = (4; -10)$ có cùng phương không? Nếu có thì cùng hướng hay ngược hướng?

.....
.....
.....

b) Tìm số k để vectơ $\vec{r} = (k; -8)$ cùng phương với vectơ $\vec{s} = (3; 12)$.

.....

.....

.....

c) Viết toạ độ của vectơ $\vec{t} = 7\vec{i}$ và tính độ dài của vectơ $\vec{m} = (-5; 12)$.

.....

.....

DẠNG 2. Toạ độ điểm · thẳng hàng · hình bình hành · trung điểm · trọng tâm

Gợi ý: đổi điểm thành vectơ bằng quy tắc "cuối trừ đầu". Ba điểm thẳng hàng khi hai vectơ chung gốc cùng phương; hình bình hành thì hai vectơ cạnh đối bằng nhau.

Bài 3. Cho ba điểm $E(-4; 2)$, $F(2; -1)$, $H(6; -3)$.

a) Tìm toạ độ của vectơ $\overrightarrow{EF}$ và tính độ dài đoạn thẳng EF .

.....

.....

.....

b) Chứng tỏ ba điểm E, F, H thẳng hàng. Điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại?

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Cho tam giác ABC với $A(-1; 4)$, $B(5; 2)$, $C(2; -3)$.

a) Tìm toạ độ trung điểm I của cạnh BC .

.....

.....

b) Tìm toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC .

.....

.....

c) Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

.....

.....

.....

.....

d) Kiểm tra lại câu c bằng cách tính trung điểm của hai đường chéo AC và BD .

.....

.....

.....

DẠNG 3. Bài toán thực tế

Gợi ý: gán hệ trục tọa độ, đổi quãng đường thành vectơ (cuối trừ đầu), rồi viết điều kiện của đề thành một đẳng thức vectơ.

Bài 5. Một cánh tay robot gấp linh kiện trên bảng mạch. Gắn hệ trục tọa độ lên bảng mạch, đơn vị là milimét. Đầu gấp đang ở $P(10; 5)$ và đi thẳng tới $Q(40; 45)$.

a) Đầu gấp đi được quãng đường bao nhiêu milimét?

.....

.....

.....

b) Đúng chính giữa quãng đường có một con ốc. Tìm tọa độ con ốc.

.....

.....

c) Từ Q , đầu gấp đi tiếp theo vectơ $\vec{v} = (-16; 12)$ tới điểm R . Tìm tọa độ R và tổng quãng đường đầu gấp đã đi từ P .

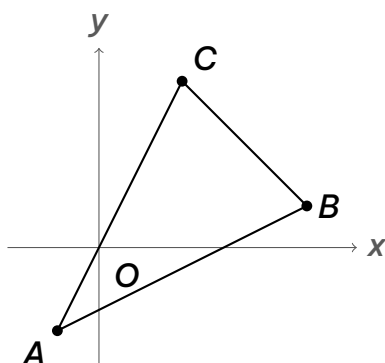
.....

.....

.....

.....

Bài 6. Quanh một sân cỏ có ba cột đèn ở $A(-10; -20)$, $B(50; 10)$, $C(20; 40)$ (đơn vị: mét). Người ta đặt vòi phun nước tại trọng tâm G của tam giác ABC .



a) Tìm tọa độ điểm G .

.....

.....

b) Tính khoảng cách từ vòi phun tới từng cột đèn (làm tròn đến hàng phần mười).

.....

.....

.....

.....

.....

c) Vòi phun được xa nhất 40 m. Cột đèn nào nằm ngoài tầm phun?

.....

.....

Vectơ trong mặt phẳng tọa độ

DẠNG 1. Phép toán vectơ theo tọa độ

Cách làm. Với $\vec{u} = (x; y)$, $\vec{v} = (x'; y')$: $\vec{u} + \vec{v} = (x + x'; y + y')$; $\vec{u} - \vec{v} = (x - x'; y - y')$; $k\vec{u} = (kx; ky)$. $\vec{v}$ cùng phương với $\vec{u} \neq \vec{0}$ khi có số k để $\vec{v} = k\vec{u}$, tức là $x' = kx$ và $y' = ky$. Độ dài: $|\vec{u}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Bài 1.

a) $\vec{a} + \vec{b} = (-4 + 5; 3 + (-2)) = (1; 1)$. Đáp án: $(1; 1)$

b) $3\vec{a} = (-12; 9)$, $2\vec{b} = (10; -4)$. Trừ từng tọa độ (chú ý trừ số âm): $(-12 - 10; 9 - (-4)) = (-22; 13)$. Đáp án: $(-22; 13)$

c) $2\vec{x} = \vec{c} - \vec{a} = (1 - (-4); 6 - 3) = (5; 3)$ nên $\vec{x} = (\frac{5}{2}; \frac{3}{2})$. Đáp án: $\vec{x} = (\frac{5}{2}; \frac{3}{2})$

Bài 2.

a) $\frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$ và $\frac{15}{-10} = -\frac{3}{2}$ nên $\vec{p} = -\frac{3}{2}\vec{q}$. Hai vectơ cùng phương; số nhân âm nên ngược hướng. Đáp án: **Cùng phương, ngược hướng**

b) Tung độ: $-8 = -\frac{2}{3} \cdot 12$. Hoành độ cũng phải nhân với $-\frac{2}{3}$: $k = -\frac{2}{3} \cdot 3 = -2$. Đáp án: $k = -2$

c) $\vec{t} = 7\vec{i} + 0\vec{j}$ nên $\vec{t} = (7; 0)$ (không có $\vec{j}$ thì tung độ bằng 0). $|\vec{m}| = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$. Đáp án: $\vec{t} = (7; 0); |\vec{m}| = 13$

DẠNG 2. Tọa độ điểm · thẳng hàng · hình bình hành · trung điểm · trọng tâm

Cách làm. $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$, $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$. Trung điểm của đoạn AB : $(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2})$. Trọng tâm của tam giác ABC : $(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3})$. $ABCD$ là hình bình hành khi $\vec{AD} = \vec{BC}$ (đi vòng theo đúng thứ tự các đỉnh).

Bài 3.

a) $\vec{EF} = (2 - (-4); -1 - 2) = (6; -3)$. $EF = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$. Đáp án: $\vec{EF} = (6; -3); EF = 3\sqrt{5}$

b) $\vec{EH} = (10; -5)$. Vì $\frac{6}{10} = \frac{-3}{-5} = \frac{3}{5}$ nên $\vec{EF} = \frac{3}{5}\vec{EH}$: hai vectơ cùng phương, chung gốc

E , nên ba điểm thẳng hàng. Số nhân $\frac{3}{5}$ nằm giữa 0 và 1 nên F nằm giữa E và H .

Đáp án: **Thẳng hàng; F nằm giữa E và H**

Bài 4.

a) $I\left(\frac{5+2}{2}; \frac{2+(-3)}{2}\right) = \left(\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. Đáp án: **$I\left(\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right)$**

b) $G\left(\frac{-1+5+2}{3}; \frac{4+2+(-3)}{3}\right) = (2; 1)$. Đáp án: **$G(2; 1)$**

c) Cần $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{BC} = (2-5; -3-2) = (-3; -5)$. Gọi $D(x; y)$ thì $\overrightarrow{AD} = (x+1; y-4)$. Suy ra $x+1 = -3, y-4 = -5$, tức $x = -4, y = -1$. Đáp án: **$D(-4; -1)$**

d) Trung điểm của AC : $\left(\frac{-1+2}{2}; \frac{4-3}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Trung điểm của BD : $\left(\frac{5-4}{2}; \frac{2-1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường nên $ABCD$ đúng là hình bình hành. Đáp án: **Cùng trung điểm $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$**

DẠNG 3. Bài toán thực tế

Cách làm. Quãng đường đi thẳng từ A tới B là độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB}$. Đi tiếp theo vectơ $\vec{v} = (a; b)$ từ điểm $(x; y)$ thì tới điểm $(x+a; y+b)$.

Bài 5.

a) $\overrightarrow{PQ} = (40-10; 45-5) = (30; 40)$. $PQ = \sqrt{900+1600} = \sqrt{2500} = 50$ (mm). Đáp án: **50 mm**

b) Con ốc ở trung điểm của PQ : $\left(\frac{10+40}{2}; \frac{5+45}{2}\right) = (25; 25)$. Đáp án: **$(25; 25)$**

c) $R(40-16; 45+12) = (24; 57)$. $QR = |\vec{v}| = \sqrt{256+144} = \sqrt{400} = 20$ (mm). Tổng quãng đường: $50+20=70$ (mm). Đáp án: **$R(24; 57)$; tổng 70 mm**

Bài 6.

a) $G\left(\frac{-10+50+20}{3}; \frac{-20+10+40}{3}\right) = (20; 10)$. Đáp án: **$G(20; 10)$**

b) $\overrightarrow{GA} = (-30; -30)$ nên $GA = \sqrt{900+900} = 30\sqrt{2} \approx 42,4$ (m). $\overrightarrow{GB} = (30; 0)$ nên $GB = 30$ (m). $\overrightarrow{GC} = (0; 30)$ nên $GC = 30$ (m). Đáp án: **$GA \approx 42,4$ m; $GB = GC = 30$ m**

c) Chỉ có $GA \approx 42,4 > 40$, còn $GB = GC = 30 < 40$. Cột đèn A nằm ngoài tầm phun. Đáp án: **Cột đèn A**