

Giá trị lượng giác của góc lượng giác

Họ và tên: _____

Ngày: _____

DẠNG 1. Đổi đơn vị và tính độ dài cung

Gợi ý: nhớ $180^\circ = \pi \text{ rad}$. Muốn tính độ dài cung thì góc phải ở radian.

Bài 1. Đổi các số đo sau sang radian.

a) $54^\circ = \boxed{}$

b) $-140^\circ = \boxed{}$

c) $400^\circ = \boxed{}$

Bài 2. Đổi các số đo sau sang độ (câu c làm tròn đến hàng phần trăm).

a) $\frac{4\pi}{15} = \boxed{}$

b) $-\frac{11\pi}{6} = \boxed{}$

c) $2,5 \text{ rad} = \boxed{}$

Bài 3. Một đường tròn có bán kính 15 cm. Tính độ dài cung có số đo sau (làm tròn đến hàng phần trăm nếu cần).

a) $\frac{2\pi}{5}$

.....

b) 1,2 rad

.....

c) 80°

.....

DẠNG 2. Giá trị lượng giác của góc lớn, góc âm

Gợi ý: bỏ bớt số vòng nguyên ($k \cdot 360^\circ$ hoặc $k \cdot 2\pi$), xác định điểm trên đường tròn lượng giác rồi xét dấu.

Bài 4. Tính (không dùng máy tính).

a) $\sin 765^\circ$

.....
.....

b) $\cos(-600^\circ)$

.....
.....
.....

c) $\tan \frac{19\pi}{3}$

.....
.....

d) $\cot\left(-\frac{17\pi}{4}\right)$

.....
.....
.....

Bài 5. Bạn Nam viết: " $240^\circ = 180^\circ + 60^\circ$ nên $\cos 240^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ ". Nam sai ở đâu?
Viết lại cho đúng.

.....
.....
.....

DẠNG 3. Biết một giá trị, tính các giá trị còn lại

Gợi ý: dùng $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ để tìm bình phương, rồi chọn dấu theo góc phần tư.

Bài 6. Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc α , biết

a) $\sin \alpha = \frac{8}{17}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

.....

.....

.....

.....

b) $\cos \alpha = \frac{7}{25}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

.....

.....

.....

.....

c) $\tan \alpha = 2$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

.....

.....

.....

.....

.....

DẠNG 4. Bài toán thực tế về chuyển động quay

Gợi ý: đổi số vòng ra radian (1 vòng = 2π), rồi dùng $l = Ra$.

Bài 7. Một chiếc quạt trần có cánh dài 60 cm (tính từ tâm), quay đều 100 vòng mỗi phút.

a) Trong 1 giây, cánh quạt quay một góc bao nhiêu radian, bao nhiêu độ?

.....

.....

.....

b) Trong 1 phút, đầu cánh quạt đi được quãng đường bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?

.....

.....

.....

.....

Bài 8. Một đường chạy hình tròn có bán kính 50 m. Bạn Minh chạy dọc đường chạy được 120 m. Hỏi Minh đã chạy qua cung có số đo bao nhiêu radian, khoảng bao nhiêu độ (làm tròn đến hàng phần mười)?

.....

.....

.....

.....

Giá trị lượng giác của góc lượng giác

DẠNG 1. Đổi đơn vị và tính độ dài cung

Cách làm. Độ $\rightarrow$ radian: nhân với $\frac{\pi}{180}$. Radian $\rightarrow$ độ: nhân với $\frac{180}{\pi}$. Độ dài cung: $l = R\alpha$ (α tính bằng radian; nếu đề cho độ thì đổi trước).

Bài 1.

a) $54 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{3\pi}{10}$. Đáp án: $\frac{3\pi}{10}$

b) $-140 \cdot \frac{\pi}{180} = -\frac{7\pi}{9}$. Đáp án: $-\frac{7\pi}{9}$

c) $400 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{20\pi}{9}$. Đáp án: $\frac{20\pi}{9}$

Bài 2.

a) $\frac{4}{15} \cdot 180^\circ = 48^\circ$. Đáp án: 48°

b) $-\frac{11}{6} \cdot 180^\circ = -330^\circ$. Đáp án: -330°

c) $2,5 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \approx 143,24^\circ$. Đáp án: $\approx 143,24^\circ$

Bài 3.

a) $l = 15 \cdot \frac{2\pi}{5} = 6\pi \approx 18,85 \text{ cm}$. Đáp án: $6\pi \approx 18,85 \text{ cm}$

b) $l = 15 \cdot 1,2 = 18 \text{ cm}$. Đáp án: 18 cm

c) Đổi trước: $80^\circ = \frac{4\pi}{9} \text{ rad}$. $l = 15 \cdot \frac{4\pi}{9} = \frac{20\pi}{3} \approx 20,94 \text{ cm}$. (Viết $15 \cdot 80$ là sai vì góc chưa ở radian.) Đáp án: $\frac{20\pi}{3} \approx 20,94 \text{ cm}$

DẠNG 2. Giá trị lượng giác của góc lớn, góc âm

Cách làm. $\sin(\alpha + k2\pi) = \sin \alpha$, $\cos(\alpha + k2\pi) = \cos \alpha$; tan và cot lặp lại sau mỗi π . Dấu: góc phần tư I mọi giá trị dương; II chỉ sin dương; III chỉ tan, cot dương; IV chỉ cos dương.

Bài 4.

a) $765^\circ = 45^\circ + 2 \cdot 360^\circ$ nên $\sin 765^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Đáp án: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $-600^\circ + 2 \cdot 360^\circ = 120^\circ$ (góc phần tư II, cosin âm). $\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$.

Đáp án: $\boxed{-\frac{1}{2}}$

c) $\frac{19\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 6\pi$ nên $\tan \frac{19\pi}{3} = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$. Đáp án: $\boxed{\sqrt{3}}$

d) $-\frac{17\pi}{4} + 4\pi = -\frac{\pi}{4}$ (góc phần tư IV). $\cot\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\cot \frac{\pi}{4} = -1$. Đáp án: $\boxed{-1}$

Bài 5. Góc 240° nằm ở góc phần tư III nên cosin âm. Hai góc hơn kém nhau π chỉ có tan và cot giữ nguyên, còn sin và cos đổi dấu. Đúng: $\cos 240^\circ = \cos(180^\circ + 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$.

Đáp án: $\boxed{\cos 240^\circ = -\frac{1}{2}}$

DẠNG 3. Biết một giá trị, tính các giá trị còn lại

Cách làm. Bước 1: tìm bình phương của giá trị còn thiếu ($\sin^2 a + \cos^2 a = 1$ hoặc $1 + \tan^2 a = \frac{1}{\cos^2 a}$). Bước 2: chọn dấu theo góc phần tư. Bước 3: $\tan a = \frac{\sin a}{\cos a}$, $\cot a = \frac{1}{\tan a}$.

Bài 6.

a) $\cos^2 a = 1 - \frac{64}{289} = \frac{225}{289}$. Góc phần tư II nên $\cos a < 0$: $\cos a = -\frac{15}{17}$. $\tan a = -\frac{8}{15}$, $\cot a = -\frac{15}{8}$. Đáp án: $\boxed{\cos a = -\frac{15}{17}; \tan a = -\frac{8}{15}; \cot a = -\frac{15}{8}}$

b) $\sin^2 a = 1 - \frac{49}{625} = \frac{576}{625}$. Góc phần tư IV nên $\sin a < 0$: $\sin a = -\frac{24}{25}$. $\tan a = -\frac{24}{7}$, $\cot a = -\frac{7}{24}$. Đáp án: $\boxed{\sin a = -\frac{24}{25}; \tan a = -\frac{24}{7}; \cot a = -\frac{7}{24}}$

c) $\cot a = \frac{1}{2}$. $\frac{1}{\cos^2 a} = 1 + \tan^2 a = 5$ nên $\cos^2 a = \frac{1}{5}$. Góc phần tư III nên $\cos a < 0$: $\cos a = -\frac{\sqrt{5}}{5}$. $\sin a = \tan a \cdot \cos a = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$. Đáp án: $\boxed{\cot a = \frac{1}{2}; \cos a = -\frac{\sqrt{5}}{5}; \sin a = -\frac{2\sqrt{5}}{5}}$

DẠNG 4. Bài toán thực tế về chuyển động quay

Cách làm. Góc quay = số vòng $\cdot 2\pi$ (rad). Quãng đường của một điểm cách tâm R là $l = Ra$. Ngược lại, biết quãng đường thì $a = \frac{l}{R}$.

Bài 7.

a) Mỗi giây quay $\frac{100}{60} = \frac{5}{3}$ vòng. Góc quay: $\frac{5}{3} \cdot 2\pi = \frac{10\pi}{3}$ rad = 600° . Đáp án:

$\boxed{\frac{10\pi}{3} \text{ rad} = 600^\circ}$

b) Góc quay trong 1 phút: $100 \cdot 2\pi = 200\pi$ rad. $R = 0,6$ m nên $l = 0,6 \cdot 200\pi = 120\pi \approx 377$ m. Đáp án: $120\pi \approx 377$ m

Bài 8. $\alpha = \frac{l}{R} = \frac{120}{50} = 2,4$ rad. Đổi ra độ: $2,4 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \approx 137,5^\circ$.

Đáp án: $2,4$ rad $\approx 137,5^\circ$