

Hàm số lượng giác

Họ và tên: _____

Ngày: _____

DẠNG 1. Tìm tập xác định

Gợi ý: mẫu phải khác 0; gặp tan thì cos khác 0; gặp cot thì sin khác 0. Trong cả phiếu, k là số nguyên.

Bài 1. Tìm tập xác định của mỗi hàm số sau.

a) $y = \frac{x+1}{1-\cos x}$

.....

.....

.....

b) $y = \tan 3x$

.....

.....

.....

c) $y = \cot\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

.....

.....

.....

Bài 2. Tìm tập xác định của mỗi hàm số sau.

a) $y = \frac{\sin x}{1+\sin x}$

.....

.....

.....

b) $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

.....

.....

.....

.....

c) $y = \sqrt{2 - \sin x}$

.....

.....

.....

DẠNG 2. Xét tính chẵn, lẻ

Gợi ý: kiểm tra tập xác định đối xứng, tính $f(-x)$ rồi so với $f(x)$ và $-f(x)$.

Bài 3. Xét tính chẵn, lẻ của mỗi hàm số sau.

a) $f(x) = x^4 - \cos 2x$

.....

.....

.....

b) $f(x) = x \cos x$

.....

.....

.....

c) $f(x) = \sin x \cdot \tan x$

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Xét tính chẵn, lẻ của mỗi hàm số sau.

a) $f(x) = 2 - \tan x$

.....

.....

.....

.....

b) $f(x) = |x| \sin x$

.....

.....

.....

c) $f(x) = \frac{\cos 3x}{x}$

.....

.....

.....

DẠNG 3. Tìm tập giá trị và chu kì

Gợi ý: bắt đầu từ $-1 \leq \sin u \leq 1$, $-1 \leq \cos u \leq 1$ rồi nhân, cộng dần; chu kì của $A \sin \omega x$, $A \cos \omega x$ là $2\pi : |\omega|$.

Bài 5. Tìm tập giá trị và chu kì của mỗi hàm số sau.

a) $y = 4 \sin 2x$

.....

.....

.....

b) $y = 3 - \cos \frac{x}{3}$

.....

.....

.....

.....

c) $y = 2 - 5 \sin 4x$

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Trả lời mỗi câu sau.

a) Tìm giá trị lớn nhất của $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{5}\right) - 3$ và một giá trị x để hàm số đạt giá trị đó.

.....

.....

.....

.....

b) Tìm chu kì của hàm số $y = \tan \frac{x}{2}$.

.....

.....

c) Tìm tập giá trị của hàm số $y = 1 - 4 \cos^2 x$.

.....

.....

.....

DẠNG 4. Bài toán thực tế

Gợi ý: đọc ra biên độ (số nhân với $\sin$, $\cos$) và hệ số của t ; chu kì $= 2\pi$: hệ số của t ; lớn nhất, nhỏ nhất suy từ $-1 \leq \sin \leq 1$.

Bài 7. Nhiệt độ trong một nhà kính trồng rau, tính bằng $^{\circ}\text{C}$, sau t giờ kể từ 6 giờ sáng là $N(t) = 24 + 5 \sin \frac{\pi t}{12}$.

a) Sau bao lâu thì nhiệt độ lặp lại như cũ?

.....

.....

b) Nhiệt độ cao nhất và thấp nhất là bao nhiêu?

.....
.....
.....

c) Trong ngày, nhà kính nóng nhất lúc mấy giờ?

.....
.....
.....

Bài 8. Cường độ dòng điện qua một bóng đèn, tính bằng ampe, tại thời điểm t giây là $i(t) = 4 \sin(100\pi t)$.

a) Tìm chu kì của dòng điện. Trong 1 giây dòng điện lặp lại bao nhiêu lần?

.....
.....
.....

b) Cường độ dòng điện lớn nhất là bao nhiêu?

.....
.....

c) Tính cường độ dòng điện tại $t = \frac{1}{600}$ giây.

.....
.....
.....

(Trang này để trống)

Hàm số lượng giác

DẠNG 1. Tìm tập xác định

Cách làm. $\cos u \neq 0 \Leftrightarrow u \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$; $\sin u \neq 0 \Leftrightarrow u \neq k\pi$; $\cos u \neq 1 \Leftrightarrow u \neq k2\pi$;
 $\sin u \neq -1 \Leftrightarrow u \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi$. Tìm điều kiện cho cả cụm u trước, rồi mới chuyển về, chia để
 ra điều kiện của x .

Bài 1.

a) Mẫu khác 0: $1 - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi$. Đáp án: $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

b) Cần $\cos 3x \neq 0 \Leftrightarrow 3x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}$. Đáp án: $D = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z}\}$

c) Cần $\sin(x - \frac{\pi}{3}) \neq 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{3} + k\pi$. Đáp án: $D = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

Bài 2.

a) Mẫu khác 0: $\sin x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi$. Đáp án: $D = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

b) Cần $2x + \frac{\pi}{6} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}$. Đáp án: $D = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\}$

c) Cần $2 - \sin x \geq 0$. Vì $\sin x \leq 1$ nên $2 - \sin x \geq 1 > 0$ với mọi x . Điều kiện luôn đúng, không phải loại điểm nào. Đáp án: $D = \mathbb{R}$

DẠNG 2. Xét tính chẵn, lẻ

Cách làm. Nhớ: $\cos(-x) = \cos x$; $\sin(-x) = -\sin x$; $\tan(-x) = -\tan x$; $\cot(-x) = -\cot x$.
 $f(-x) = f(x)$ với mọi $x \in D$: hàm chẵn. $f(-x) = -f(x)$ với mọi $x \in D$: hàm lẻ. Không rơi vào
 trường hợp nào (chỉ ra một giá trị x cụ thể): không chẵn, không lẻ.

Bài 3.

a) $D = \mathbb{R}$. $f(-x) = (-x)^4 - \cos(-2x) = x^4 - \cos 2x = f(x)$. Đáp án: **Hàm số chẵn**

b) $D = \mathbb{R}$. $f(-x) = (-x) \cos(-x) = -x \cos x = -f(x)$. Đáp án: **Hàm số lẻ**

c) $D = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi\}$ đối xứng qua 0. $f(-x) = \sin(-x) \tan(-x) = (-\sin x)(-\tan x) = \sin x \tan x = f(x)$. Tích hai hàm lẻ là hàm chẵn. Đáp án: **Hàm số chẵn**

Bài 4.

a) $f(-x) = 2 + \tan x$. Thử $x = \frac{\pi}{4}$: $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$, $f\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 3$. Vì $3 \neq 1$ và $3 \neq -1$ nên hàm không chẵn, không lẻ. (Có tan chưa chắc đã lẻ!) Đáp án: **Không chẵn, không lẻ**

b) $D = \mathbb{R}$. $f(-x) = |-x| \sin(-x) = -|x| \sin x = -f(x)$. Đáp án: **Hàm số lẻ**

c) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ đối xứng qua 0. $f(-x) = \frac{\cos(-3x)}{-x} = -\frac{\cos 3x}{x} = -f(x)$. Đáp án: **Hàm số lẻ**

DẠNG 3. Tìm tập giá trị và chu kì

Cách làm. Nhân hai vế với số âm thì bất đẳng thức đổi chiều. Với bình phương: $0 \leq \sin^2 u \leq 1$, $0 \leq \cos^2 u \leq 1$. Chu kì: $y = A \sin \omega x$, $y = A \cos \omega x$ có $T = \frac{2\pi}{|\omega|}$; $y = A \tan \omega x$, $y = A \cot \omega x$ có $T = \frac{\pi}{|\omega|}$. Cộng thêm hằng số không làm đổi chu kì.

Bài 5.

a) $-1 \leq \sin 2x \leq 1$ nên $-4 \leq 4 \sin 2x \leq 4$. Chu kì $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$. Đáp án: **$[-4; 4]$; $T = \pi$**

b) $-1 \leq \cos \frac{x}{3} \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -\cos \frac{x}{3} \leq 1 \Rightarrow 2 \leq y \leq 4$. Chu kì $T = 2\pi : \frac{1}{3} = 6\pi$. Đáp án: **$[2; 4]$; $T = 6\pi$**

c) $-1 \leq \sin 4x \leq 1 \Rightarrow -5 \leq -5 \sin 4x \leq 5 \Rightarrow -3 \leq y \leq 7$. Chu kì $T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$. Đáp án: **$[-3; 7]$; $T = \frac{\pi}{2}$**

Bài 6.

a) $-2 \leq 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{5}\right) \leq 2$ nên $-5 \leq y \leq -1$. Lớn nhất bằng -1 khi $\sin\left(x + \frac{\pi}{5}\right) = 1$, chẳng hạn $x + \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{2}$, tức $x = \frac{3\pi}{10}$. Đáp án: **Giá trị lớn nhất -1 , đạt tại $x = \frac{3\pi}{10}$ (chẳng hạn)**

b) Hàm tan có chu kì π nên $T = \pi : \frac{1}{2} = 2\pi$. Kiểm tra: $\tan \frac{x+2\pi}{2} = \tan\left(\frac{x}{2} + \pi\right) = \tan \frac{x}{2}$. Đáp án: **$T = 2\pi$**

c) Chú ý $0 \leq \cos^2 x \leq 1$ (không phải từ -1 đến 1). Suy ra $-4 \leq -4 \cos^2 x \leq 0$, nên $-3 \leq y \leq 1$. Đáp án: **Tập giá trị $[-3; 1]$**

DẠNG 4. Bài toán thực tế

Cách làm. Với $y = c + A \sin \omega t$ ($A > 0$): chu kì $T = \frac{2\pi}{\omega}$; lớn nhất $c + A$ khi $\sin \omega t = 1$; nhỏ nhất $c - A$ khi $\sin \omega t = -1$. Nhớ ghi đơn vị.

Bài 7.

a) Chu kì $T = 2\pi : \frac{\pi}{12} = 24$ (giờ). Đáp án: **24 giờ**

b) $-5 \leq 5 \sin \frac{\pi t}{12} \leq 5$ nên $19 \leq N(t) \leq 29$. Đáp án: **Cao nhất 29 °C, thấp nhất 19 °C**

c) Nóng nhất khi $\sin \frac{\pi t}{12} = 1$, lần đầu khi $\frac{\pi t}{12} = \frac{\pi}{2}$, tức $t = 6$. Sau 6 giờ sáng 6 tiếng là 12 giờ trưa. Đáp án: **12 giờ trưa**

Bài 8.

a) $T = \frac{2\pi}{100\pi} = 0,02$ (giây). Số lần lặp trong 1 giây: $1 : 0,02 = 50$. Đáp án: **$T = 0,02$ s; 50 lần mỗi giây**

b) $-1 \leq \sin(100\pi t) \leq 1$ nên $-4 \leq i(t) \leq 4$. Đáp án: **4 A**

c) $i\left(\frac{1}{600}\right) = 4 \sin \frac{100\pi}{600} = 4 \sin \frac{\pi}{6} = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$. Đáp án: **2 A**