

Phương trình lượng giác cơ bản

Họ và tên: _____

Ngày: _____

DẠNG 1. Phương trình sin, cosin với giá trị đặc biệt

Gợi ý: đưa về $\sin x = m$ hoặc $\cos x = m$, kiểm tra $-1 \leq m \leq 1$, đổi m thành sin (cosin) của một góc rồi viết hai họ nghiệm.

Bài 1. Giải các phương trình sau.

a) $6 \sin x - 3 = 0$

.....

.....

.....

b) $2 \cos x + 1 = 0$

.....

.....

.....

c) $\sqrt{2} \cos x - 1 = 0$

.....

.....

.....

Bài 2. Giải các phương trình sau (câu b lấy góc theo độ, làm tròn đến hàng phần mười).

a) $5 \sin x = 7$

.....

.....

b) $\sin x = 0,8$

.....

.....

.....

c) Bạn Vy giải $2 \sin x = 1$ và viết: $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$. Vy sai ở đâu? Viết lại cho đúng.

.....

.....

.....

DẠNG 2. Hai vế cùng là sin hoặc cùng là cosin

Gợi ý: coi mỗi biểu thức là một góc u, v rồi áp dụng công thức; hai vế khác tên thì đổi về cùng tên bằng góc phụ. Nhớ chia cả phần $k360^\circ$ (hoặc $k2\pi$).

Bài 3. Giải các phương trình sau (góc tính bằng độ).

a) $\sin 4x = \sin(x + 60^\circ)$

.....

.....

.....

.....

.....

b) $\cos(2x - 10^\circ) = \cos(x + 40^\circ)$

.....

.....

.....

.....

.....

c) $\cos 4x = \sin x$

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Giải phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$.

.....

.....

.....

.....

.....

DẠNG 3. Phương trình tang, cotang

Gợi ý: đưa về $\tan u = \tan v$ (hoặc $\cot u = \cot v$) rồi viết $u = v + k\pi$ (góc theo độ thì $+k180^\circ$). Chỉ có một họ nghiệm.

Bài 5. Giải các phương trình sau.

a) $\tan(x + 20^\circ) = 1$

.....

.....

.....

b) $\sqrt{3} \tan 3x + 3 = 0$

.....

.....

.....

.....

c) $3 \cot\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Giải phương trình $\tan 3x = \tan(x + 40^\circ)$.

.....

.....

.....

DẠNG 4. Bài toán thực tế

Gợi ý: thay số để được phương trình lượng giác, giải ra các họ nghiệm rồi chọn k cho hợp điều kiện của đề.

Bài 7. Bánh xe đạp quay đều, mỗi giây được đúng một vòng. Van xe cách mặt đất $h = 35 + 30 \cos 2\pi t$ (cm) sau t giây. Trong giây đầu tiên ($0 \leq t \leq 1$), lúc nào van xe cách mặt đất đúng 50 cm?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 8. Điện áp ở ổ cắm trong nhà thay đổi theo thời gian: $u = 220\sqrt{2} \cos 100\pi t$ (vôn), t tính bằng giây. Trong 0,02 giây đầu tiên ($0 \leq t \leq 0,02$), lúc nào điện áp bằng đúng 220 V?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(Trang này để trống)

Phương trình lượng giác cơ bản

DẠNG 1. Phương trình sin, cosin với giá trị đặc biệt

Cách làm. $\sin x = \sin a \Leftrightarrow x = a + k2\pi$ hoặc $x = \pi - a + k2\pi$. $\cos x = \cos a \Leftrightarrow x = \pm a + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). Nếu $|m| > 1$ thì phương trình vô nghiệm. Giá trị không đặc biệt thì bấm SHIFT sin, SHIFT cos trên máy tính.

Bài 1.

a) $\sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6}$ nên $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ hoặc $x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$. Đáp án:

$$x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

b) $\cos x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3}$ nên $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$. Đáp án: $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

c) $\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{4}$ nên $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi$. Đáp án: $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

Bài 2.

a) $\sin x = \frac{7}{5} > 1$, mà $-1 \leq \sin x \leq 1$ với mọi x . Đáp án: Phương trình vô nghiệm

b) Bấm SHIFT sin 0,8 (máy ở chế độ độ) được khoảng $53,1^\circ$. Họ thứ hai: $180^\circ - 53,1^\circ = 126,9^\circ$. Đáp án: $x \approx 53,1^\circ + k360^\circ; x \approx 126,9^\circ + k360^\circ \quad (k \in \mathbb{Z})$

c) Vay dùng công thức của cosin ($\pm a$) cho phương trình sin. Với sin, họ thứ hai là $\pi - a$:
 $\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$. Đáp án: $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

DẠNG 2. Hai vế cùng là sin hoặc cùng là cosin

Cách làm. $\sin u = \sin v \Leftrightarrow u = v + k360^\circ$ hoặc $u = 180^\circ - v + k360^\circ$. $\cos u = \cos v \Leftrightarrow u = \pm v + k360^\circ$. Đổi tên: $\sin v = \cos(90^\circ - v)$, $\cos v = \sin(90^\circ - v)$.

Bài 3.

a) TH1: $4x = x + 60^\circ + k360^\circ \Rightarrow 3x = 60^\circ + k360^\circ \Rightarrow x = 20^\circ + k120^\circ$. TH2: $4x = 180^\circ - x - 60^\circ + k360^\circ \Rightarrow 5x = 120^\circ + k360^\circ \Rightarrow x = 24^\circ + k72^\circ$.

Đáp án: $x = 20^\circ + k120^\circ; x = 24^\circ + k72^\circ \quad (k \in \mathbb{Z})$

b) TH1: $2x - 10^\circ = x + 40^\circ + k360^\circ \Rightarrow x = 50^\circ + k360^\circ$. TH2: $2x - 10^\circ = -x - 40^\circ + k360^\circ \Rightarrow 3x = -30^\circ + k360^\circ \Rightarrow x = -10^\circ + k120^\circ$. Đáp án: $x = 50^\circ + k360^\circ; x = -10^\circ + k120^\circ \quad (k \in \mathbb{Z})$

c) $\sin x = \cos(90^\circ - x)$ nên $\cos 4x = \cos(90^\circ - x)$. TH1: $4x = 90^\circ - x + k360^\circ \Rightarrow x = 18^\circ + k72^\circ$. TH2: $4x = -90^\circ + x + k360^\circ \Rightarrow x = -30^\circ + k120^\circ$. Đáp án: $x = 18^\circ + k72^\circ; x = -30^\circ + k120^\circ (k \in \mathbb{Z})$

Bài 4. TH1: $2x - \frac{\pi}{3} = x + \frac{\pi}{6} + k2\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. TH2: $2x - \frac{\pi}{3} = \pi - x - \frac{\pi}{6} + k2\pi \Rightarrow 3x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \Rightarrow x = \frac{7\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3}$.

Đáp án: $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

DẠNG 3. Phương trình tang, cotang

Cách làm. $\tan x = \tan a \Leftrightarrow x = a + k\pi; \cot x = \cot a \Leftrightarrow x = a + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. Hai phương trình $\tan x = m, \cot x = m$ có nghiệm với mọi m .

Bài 5.

a) $1 = \tan 45^\circ$ nên $x + 20^\circ = 45^\circ + k180^\circ$, suy ra $x = 25^\circ + k180^\circ$.

Đáp án: $x = 25^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$

b) $\tan 3x = -\frac{3}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3} = \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ nên $3x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$, suy ra $x = -\frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}$. Đáp án:

$x = -\frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

c) $\cot\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3} = \cot \frac{\pi}{3}$ nên $x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + k\pi$, suy ra $x = \frac{7\pi}{12} + k\pi$. Đáp án:

$x = \frac{7\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Bài 6. $3x = x + 40^\circ + k180^\circ \Rightarrow 2x = 40^\circ + k180^\circ \Rightarrow x = 20^\circ + k90^\circ$ (chia cả phần $k180^\circ$).

Đáp án: $x = 20^\circ + k90^\circ (k \in \mathbb{Z})$

DẠNG 4. Bài toán thực tế

Bài 7. $\cos 2\pi t = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow 2\pi t = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow t = \pm \frac{1}{6} + k$. Với $0 \leq t \leq 1$: $t = \frac{1}{6}$ ($k = 0$), $t = \frac{5}{6}$ ($k = 1$).

Đáp án: Lúc $t = \frac{1}{6}$ giây và $t = \frac{5}{6}$ giây

Bài 8. $\cos 100\pi t = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow 100\pi t = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi \Leftrightarrow t = \pm \frac{1}{400} + \frac{k}{50}$. Với $0 \leq t \leq 0,02$: $k = 0$ cho $t = \frac{1}{400}$, $k = 1$ cho $t = \frac{7}{400}$.

Đáp án: $t = \frac{1}{400}$ giây và $t = \frac{7}{400}$ giây