

Dãy số

Họ và tên: _____

Ngày: _____

DẠNG 1. Tìm số hạng của dãy

Gợi ý: có công thức tổng quát thì thay n vào; có hệ thức truy hồi thì tính lần lượt từ số hạng đầu.

Bài 1. Viết năm số hạng đầu của dãy số (u_n) .

a) $u_n = 5n - 2$

.....

b) $u_n = n^2 + n$

.....

c) $u_n = (-1)^n \cdot n$

.....

Bài 2. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n^2 - 3$.

a) Tính u_{10} .

.....

.....

b) Số 69 là số hạng thứ mấy của dãy?

.....

.....

.....

Bài 3. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 3, u_n = 2u_{n-1} - 4$ với $n \geq 2$. Viết năm số hạng đầu.

.....

.....

.....

.....

DẠNG 2. Tìm công thức số hạng tổng quát

Gợi ý: viết vài số hạng đầu, tìm quy luật, rồi thử lại công thức với $n = 1$.

Bài 4. Tìm số hạng tổng quát u_n của mỗi dãy số sau.

a) Dãy tăng gồm tất cả các số nguyên dương chia cho 5 dư 3.

.....

.....

.....

b) 1; 8; 27; 64; 125; ...

.....

c) $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots$

.....

Bài 5. Cho dãy số (u_n) với $u_1 = 5, u_n = u_{n-1} + 4$ ($n \geq 2$).

a) Viết năm số hạng đầu.

.....

.....

b) Dự đoán công thức u_n rồi tính u_{50} .

.....

.....

.....

DẠNG 3. Xét tính tăng, giảm và bị chặn

Gợi ý: tăng, giảm thì xét dấu của $u_{n+1} - u_n$; bị chặn thì tìm số chặn trên, số chặn dưới.

Bài 6. Xét tính tăng, giảm của dãy số (u_n) .

a) $u_n = 6n - 5$

.....
.....

b) $u_n = 10 - 4n$

.....
.....

c) $u_n = (-2)^n$

.....
.....

Bài 7. Dãy số nào bị chặn trên, bị chặn dưới, bị chặn?

a) $u_n = 3 + \frac{1}{n}$

.....
.....

b) $u_n = n^2$

.....
.....

c) $u_n = \frac{n+3}{n+1}$

.....
.....
.....

DẠNG 4. Bài toán thực tế

Gợi ý: gọi tên đại lượng theo n , viết vài số hạng đầu, rồi tìm công thức hoặc hệ thức truy hồi.

Bài 8. Một quán trà sữa mới mở, ngày đầu bán được 30 cốc. Mỗi ngày sau bán nhiều hơn ngày trước 6 cốc. Gọi c_n là số cốc bán được trong ngày thứ n .

a) Viết hệ thức truy hồi của dãy (c_n) .

.....
.....

b) Tìm công thức c_n và tính số cốc bán trong ngày thứ 7.

.....
.....
.....

c) Dãy (c_n) tăng hay giảm? Vì sao?

.....
.....

Bài 9. Một tờ giấy dày 0,1 mm. Mỗi lần gấp đôi, bề dày tăng gấp hai. Gọi d_n (mm) là bề dày sau n lần gấp.

a) Tính d_1 và viết hệ thức truy hồi.

.....
.....

b) Tính bề dày sau 7 lần gấp.

.....
.....
.....

c) Dãy (d_n) có bị chặn trên không?

.....
.....

Dãy số

DẠNG 1. Tìm số hạng của dãy

Cách làm. Công thức tổng quát u_n : muốn số hạng thứ mấy thì thay n bằng số đó.
 Hệ thức truy hồi: bắt đầu từ u_1 , tính u_2 , rồi u_3 , ... không nhảy cóc được.

Bài 1.

- a) Thay $n = 1, 2, 3, 4, 5$. Đáp án: 3; 8; 13; 18; 23
- b) $1 + 1; 4 + 2; 9 + 3; 16 + 4; 25 + 5$. Đáp án: 2; 6; 12; 20; 30
- c) n lẻ thì $(-1)^n = -1$, n chẵn thì $(-1)^n = 1$. Đáp án: -1; 2; -3; 4; -5

Bài 2.

- a) $u_{10} = 2 \cdot 10^2 - 3 = 200 - 3$. Đáp án: $u_{10} = 197$
- b) $2n^2 - 3 = 69 \Rightarrow n^2 = 36 \Rightarrow n = 6$ (vì n nguyên dương). Đáp án: Số hạng thứ 6

Bài 3. $u_2 = 2 \cdot 3 - 4 = 2$; $u_3 = 2 \cdot 2 - 4 = 0$; $u_4 = 2 \cdot 0 - 4 = -4$; $u_5 = 2 \cdot (-4) - 4 = -12$.
 Đáp án: 3; 2; 0; -4; -12

DẠNG 2. Tìm công thức số hạng tổng quát

Cách làm. Viết 4–5 số hạng đầu, xem hai số hạng liên tiếp hơn kém nhau bao nhiêu (hoặc gấp nhau mấy lần).
 Đoán công thức rồi thử lại với $n = 1, 2$: sai số hạng đầu là công thức sai.

Bài 4.

- a) Các số hạng đầu 3; 8; 13; 18; ... mỗi số hơn số trước 5. Thử $u_n = 5n - 2$ với $n = 1$ được 3, đúng. (Viết $5n + 3$ là sai vì $n = 1$ cho 8.) Đáp án: $u_n = 5n - 2$
- b) $1 = 1^3, 8 = 2^3, 27 = 3^3, 64 = 4^3$. Đáp án: $u_n = n^3$
- c) Tử là số thứ tự n , mẫu hơn tử 1 đơn vị. Đáp án: $u_n = \frac{n}{n+1}$

Bài 5.

- a) Mỗi số hạng bằng số hạng trước cộng 4. Đáp án: 5; 9; 13; 17; 21

- b) Mỗi bước thêm 4 nên $u_n = 5 + 4(n - 1) = 4n + 1$. Thử $n = 1$ được 5, $n = 2$ được 9, đúng. $u_{50} = 4 \cdot 50 + 1$. Đáp án: $u_n = 4n + 1; u_{50} = 201$

DẠNG 3. Xét tính tăng, giảm và bị chặn

Cách làm. $u_{n+1} - u_n > 0$ với mọi n : dãy tăng. $u_{n+1} - u_n < 0$ với mọi n : dãy giảm. Lúc lên lúc xuống: không tăng, không giảm.

Bị chặn trên: $u_n \leq M$. Bị chặn dưới: $u_n \geq m$. Có cả hai: bị chặn.

Bài 6.

- a) $u_{n+1} - u_n = [6(n + 1) - 5] - (6n - 5) = 6 > 0$ với mọi n . Đáp án: **Dãy tăng**
- b) $u_{n+1} - u_n = [10 - 4(n + 1)] - (10 - 4n) = -4 < 0$ với mọi n . Đáp án: **Dãy giảm**
- c) $-2; 4; -8$ nên $u_2 > u_1$ nhưng $u_3 < u_2$. Đáp án: **Không tăng, không giảm**

Bài 7.

- a) $0 < \frac{1}{n} \leq 1$ nên $3 < u_n \leq 4$ với mọi n . Đáp án: **Bị chặn**
- b) $u_n \geq 1$ với mọi n nên bị chặn dưới. n^2 lớn tùy ý nên không bị chặn trên. Đáp án: **Chỉ bị chặn dưới (không bị chặn)**
- c) $u_n = 1 + \frac{2}{n+1}$. Vì $0 < \frac{2}{n+1} \leq 1$ nên $1 < u_n \leq 2$. Đáp án: **Bị chặn**

DẠNG 4. Bài toán thực tế

Cách làm. Đọc kĩ "lần thứ n " là gì. Viết u_1, u_2, u_3 bằng số cụ thể, xem số sau có được từ số trước bằng cách nào (cộng thêm, nhân lên...).

Bài 8.

- a) Mỗi ngày sau hơn ngày trước 6 cốc. Đáp án: $c_1 = 30, c_n = c_{n-1} + 6$
- b) $c_n = 30 + 6(n-1) = 6n + 24$. $c_7 = 6 \cdot 7 + 24 = 66$. Đáp án: $c_n = 6n + 24; c_7 = 66$ cốc
- c) $c_{n+1} - c_n = 6 > 0$ với mọi n . Đáp án: **Dãy tăng**

Bài 9.

- a) Sau lần gấp đầu, bề dày là $0,1 \cdot 2 = 0,2$ mm. Mỗi lần sau gấp hai lần trước. Đáp án: $d_1 = 0,2; d_n = 2d_{n-1} (n \geq 2)$
- b) $0,2; 0,4; 0,8; 1,6; 3,2; 6,4; 12,8$. Đáp án: $d_7 = 12,8$ mm

c) Mỗi lần gấp bề dày tăng gấp đôi nên d_n lớn tùy ý. Dây chỉ bị chặn dưới ($d_n \geq 0,2$).

Đáp án: **Không bị chặn trên**