

Hai đường thẳng song song trong không gian

Họ và tên: _____

Ngày: _____

DẠNG 1. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

Gợi ý: tìm xem có mặt phẳng nào chứa cả hai đường thẳng không. Có thì chỉ còn cắt nhau hoặc song song; không có thì chéo nhau.

Bài 1. Mỗi mệnh đề sau đúng hay sai (trong không gian)? Nếu sai, hãy nêu một ví dụ trên hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ ở Bài 2.

a) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

.....
.....

b) Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

.....
.....

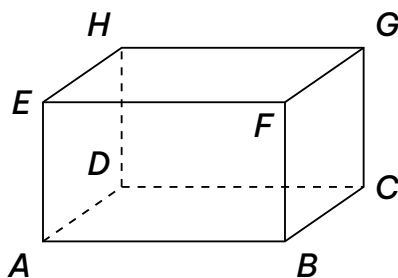
c) Hai đường thẳng nằm trong hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

.....
.....

d) Nếu $a \parallel b$ và c cắt a thì c cắt b .

.....
.....

Bài 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ như hình vẽ. Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau và giải thích ngắn gọn.



a) AD và FG

.....

.....

b) AC và BD

.....

.....

c) AC và FH

.....

.....

.....

d) AG và EC

.....

.....

.....

Bài 3. Ở khung thành bóng đá, coi xà ngang, hai cột dọc, vạch cầu môn (vạch nối hai chân cột) và đường biên dọc của sân là các đường thẳng. Hãy chỉ ra một cặp đường thẳng song song, một cặp cắt nhau và một cặp chéo nhau.

.....

.....

.....

.....

DẠNG 2. Chứng minh hai đường thẳng song song

Gợi ý: tìm đường trung bình (hoặc dùng định lí Thalès đảo) trong một tam giác, dùng cạnh đối của hình bình hành, rồi nối lại bằng tính chất "cùng song song với đường thẳng thứ ba".

Bài 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ (hình ở Bài 2). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AE và CG .

a) Chứng minh $AE \parallel CG$.

.....

.....

b) Chứng minh tứ giác $ACGE$ là hình bình hành.

.....

.....

c) Chứng minh $MN \parallel AC$ và $MN \parallel EG$.

.....

.....

.....

.....

Bài 5. Cho tứ diện $ABCD$ có $BC = 15$. Trên cạnh AB lấy M , trên cạnh AC lấy N sao cho $AM = 2MB, AN = 2NC$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của DB và DC .

a) Chứng minh $MN \parallel BC$ và tính MN .

.....

.....

.....

b) Chứng minh $EF \parallel BC$ và tính EF .

.....

.....

c) Tứ giác $MNFE$ là hình gì?

.....

.....

.....

DẠNG 3. Giao tuyến của hai mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song

Gợi ý: tìm một điểm chung của hai mặt phẳng; giao tuyến đi qua điểm đó và song song với hai đường thẳng song song đã có.

Bài 6. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ (hình ở Bài 2).

a) Tìm giao tuyến d của hai mặt phẳng $(ADGF)$ và $(BCHE)$.

.....

.....

.....

.....

.....

b) Chứng minh $d \parallel EH$.

.....

.....

Bài 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC và BD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (AIJ) và (ACD) .

.....

.....

.....

.....

Bài 8. Một tấm biển quảng cáo gấp hai mặt (kiểu chữ A) đặt trên vỉa hè. Coi mỗi mặt biển là một phần mặt phẳng, hai mặt gấp nhau ở trục bản lề trên đỉnh. Biết mép dưới của mặt trước song song với mép dưới của mặt sau. Giải thích vì sao trục bản lề song song với hai mép dưới đó.

.....

.....

.....

.....

Hai đường thẳng song song trong không gian

DẠNG 1. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cách làm. Bước 1: tìm một mặt phẳng chứa cả hai đường thẳng. Bước 2: nếu có, xét điểm chung (có: cắt nhau; không: song song). Bước 3: nếu không có mặt phẳng nào như thế (lấy mặt phẳng chứa một đường và một điểm của đường kia, rồi chỉ ra một điểm nằm ngoài) thì hai đường thẳng chéo nhau.

Bài 1.

- a) Sai. Không có điểm chung thì có thể song song hoặc chéo nhau. Ví dụ AB và EF không có điểm chung nhưng song song. Đáp án: **Sai**
- b) Đúng. Nếu có điểm chung thì hai đường thẳng cắt nhau hoặc trùng nhau, khi đó chúng đồng phẳng. Đáp án: **Đúng**
- c) Sai. AB nằm trong mặt đáy, HG nằm trong mặt trên, nhưng $AB \parallel HG$ (cùng nằm trong mặt phẳng $(ABGH)$). Đáp án: **Sai**
- d) Sai (chỉ đúng trong hình học phẳng). $AB \parallel DC$, AE cắt AB tại A , nhưng AE và DC chéo nhau. Đáp án: **Sai**

Bài 2.

- a) $AD \parallel BC$ và $BC \parallel FG$ (cạnh đối của các mặt chữ nhật) nên $AD \parallel FG$. Đáp án: **song song**
- b) Cùng nằm trong mặt đáy $(ABCD)$ và là hai đường chéo của hình chữ nhật nên cắt nhau tại tâm đáy. Đáp án: **cắt nhau**
- c) Mặt phẳng chứa AC và điểm F là (ACF) . Điểm H không thuộc mặt phẳng này (nếu A, C, F, H đồng phẳng thì AC và FH không có điểm chung nên phải song song, trong khi $FH \parallel BD$ và BD cắt AC : vô lí). Vậy AC và FH chéo nhau. Đáp án: **chéo nhau**
- d) $AE \parallel CG$ và $AE = CG$ nên $ACGE$ là hình bình hành. AG và EC là hai đường chéo của nó nên cắt nhau tại trung điểm mỗi đường (tâm hình hộp). Đáp án: **cắt nhau**

Bài 3. Song song: xà ngang và vạch cầu môn (cùng nằm trong mặt phẳng khung thành, không có điểm chung); hoặc hai cột dọc. Cắt nhau: xà ngang và một cột dọc; hoặc vạch cầu môn (kéo dài) và đường biên dọc. Chéo nhau: xà ngang và đường biên dọc (xà ở trên cao, không cắt đường biên; và không song song vì đường biên dọc vuông góc với vạch cầu môn). Đáp án: **có nhiều cách chọn (xem trên)**

DẠNG 2. Chứng minh hai đường thẳng song song

Cách làm. Cách 1: chỉ ra hai đường thẳng đồng phẳng rồi dùng hình học phẳng (đường trung bình, Thalès đảo, cạnh đối hình bình hành). Cách 2: chỉ ra hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba.

Bài 4.

- a) $AE \parallel BF$ (mặt $ABFE$ là hình chữ nhật), $BF \parallel CG$ (mặt $BCGF$ là hình chữ nhật). Vậy $AE \parallel CG$. Đáp án: $AE \parallel CG$
- b) $AE \parallel CG$ (câu a) và $AE = BF = CG$ nên $ACGE$ là hình bình hành. Đáp án: $ACGE$ là hình bình hành
- c) $AM \parallel CN$ và $AM = CN = \frac{1}{2}AE$ nên $AMNC$ là hình bình hành, suy ra $MN \parallel AC$. Trong hình bình hành $ACGE$ có $AC \parallel EG$. Hai đường thẳng MN, EG phân biệt, cùng song song với AC nên $MN \parallel EG$. Đáp án: $MN \parallel AC \parallel EG$

Bài 5.

- a) Trong tam giác ABC : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{2}{3}$ nên $MN \parallel BC$ (Thalès đảo) và $MN = \frac{2}{3}BC = 10$. Đáp án: $MN = 10$
- b) EF là đường trung bình của tam giác DBC nên $EF \parallel BC$ và $EF = \frac{1}{2}BC = 7,5$. Đáp án: $EF = 7,5$
- c) MN và EF phân biệt, cùng song song với BC nên $MN \parallel EF$. Do đó bốn điểm M, N, F, E đồng phẳng và $MNFE$ là hình thang (hai đáy $MN = 10, EF = 7,5$ không bằng nhau nên không phải hình bình hành). Đáp án: hình thang

DẠNG 3. Giao tuyến của hai mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song

Cách làm. Nếu $a \subset (P), b \subset (Q), a \parallel b$ và $(P), (Q)$ có điểm chung I thì giao tuyến của (P) và (Q) là đường thẳng qua I , song song với a và b (hoặc trùng với một trong hai đường đó).

Bài 6.

- a) Trong mặt trước $ABFE$, gọi $I = AF \cap BE$; trong mặt sau $DCGH$, gọi $J = DG \cap CH$. I và J đều thuộc cả hai mặt phẳng nên $d = IJ$. (Hoặc: hai mặt phẳng có điểm chung I , lần lượt chứa $AD \parallel BC$ nên d qua I và song song với AD .) Đáp án: $d = IJ$
- b) $d \parallel AD$ (hệ quả về giao tuyến) và $EH \parallel AD$ (mặt $ADHE$ là hình chữ nhật), d và EH phân biệt nên $d \parallel EH$. Đáp án: $d \parallel EH$

Bài 7. IJ là đường trung bình của tam giác BCD nên $IJ \parallel CD$. Hai mặt phẳng (AIJ) và (ACD) có điểm chung A , lần lượt chứa IJ và CD song song với nhau. Vậy giao tuyến là đường thẳng qua A và song song với CD . Đáp án: **đường thẳng qua A , song song với CD**

Bài 8. Mặt trước chứa mép dưới thứ nhất, mặt sau chứa mép dưới thứ hai; hai mép này song song. Trục bản lề là giao tuyến của hai mặt phẳng và không trùng với mép nào. Theo hệ quả của định lí ba giao tuyến, trục bản lề song song với cả hai mép dưới. Đáp án: **dùng hệ quả về giao tuyến**