

# Đường thẳng và mặt phẳng song song

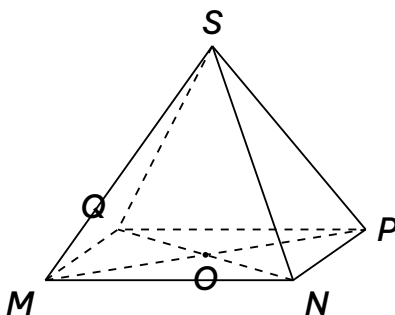
Họ và tên: \_\_\_\_\_

Ngày: \_\_\_\_\_

## DẠNG 1. Vị trí tương đối, xét đúng sai

Gợi ý: đếm số điểm chung. Không có điểm chung thì song song, đúng một điểm chung thì cắt, từ hai điểm chung trở lên thì nằm trong.

**Bài 1.** Cho hình chóp  $S.MNPQ$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$  (hình vẽ). Điền vào ô trống một trong ba cụm từ "song song", "cắt", "nằm trong" để chỉ vị trí của đường thẳng so với mặt phẳng.



a)  $SN$   ( $MNPQ$ )

b)  $NQ$   ( $SNQ$ )

c)  $NQ$   ( $SMP$ )

d)  $PQ$   ( $SMN$ )

**Bài 2.** Cho đường thẳng  $\sigma$  và mặt phẳng  $(\alpha)$ . Mỗi câu sau đúng hay sai? Nếu sai, hãy nêu một phản ví dụ.

a) Nếu  $\sigma \parallel (\alpha)$  thì  $\sigma$  song song với mọi đường thẳng nằm trong  $(\alpha)$ .

.....  
 .....  
 .....

b) Nếu  $\sigma$  cắt  $(\alpha)$  thì  $\sigma$  cắt mọi đường thẳng nằm trong  $(\alpha)$ .

.....  
 .....  
 .....

c) Nếu  $\alpha$  không nằm trong  $(\alpha)$  và  $\alpha$  không cắt  $(\alpha)$  thì  $\alpha \parallel (\alpha)$ .

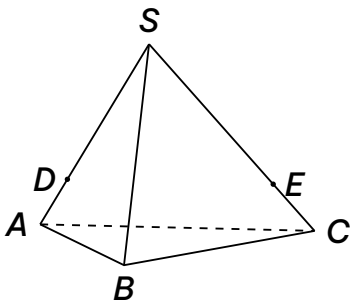
.....

.....

**DẠNG 2. Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng**

Gợi ý: tìm trong mặt phẳng một đường thẳng song song với đường đã cho (đường trung bình, định lí Thalès đảo, cạnh đối của hình bình hành).

**Bài 3.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $AC = 8\text{ cm}$ . Trên cạnh  $SA$  lấy điểm  $D$  sao cho  $SD = 3DA$ ; trên cạnh  $SC$  lấy điểm  $E$  sao cho  $SE = 3EC$ .



a) Chứng minh  $DE \parallel (ABC)$ .

.....

.....

.....

.....

b) Tính độ dài  $DE$ .

.....

.....

c) Đường thẳng  $DE$  ở vị trí nào so với mặt phẳng  $(SAB)$ ?

.....

.....

**Bài 4.** Cho hình chóp  $S.MNPQ$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $E$  là trung điểm của  $SN$ .

**a)** Chứng minh  $SQ \parallel (EMP)$ .

.....

.....

.....

.....

**b)** Chứng minh  $PQ \parallel (EMN)$ .

.....

.....

.....

**c)** Bạn Minh viết " $OE \parallel SQ$  nên  $OE \parallel (SNQ)$ ". Minh sai ở đâu?

.....

.....

### **DẠNG 3. Tìm giao tuyến nhờ một đường thẳng song song**

Gợi ý: nếu  $a \parallel (\alpha)$  và mặt phẳng  $(\beta)$  chứa  $a$  cắt  $(\alpha)$  thì giao tuyến song song với  $a$ . Chỉ cần thêm một điểm chung.

**Bài 5.** Cho hình chóp  $S.MNPQ$  có đáy là hình bình hành,  $PQ = 10$  cm.

**a)** Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SMN)$  và  $(SPQ)$ .

.....

.....

.....

.....

**b)** Trên cạnh  $SP$  lấy điểm  $E$  sao cho  $SE = \frac{3}{4}SP$ . Mặt phẳng  $(EMN)$  cắt cạnh  $SQ$  tại  $F$ . Chứng minh  $EF \parallel MN$  và tính  $EF$ .

.....

.....

.....

.....

c) Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (EMN) là hình gì?

.....

.....

**Bài 6.** Cho hình chóp  $S.ABC$ . Trên cạnh  $SA$  lấy  $D$  sao cho  $SD = 3DA$ ; trên cạnh  $SC$  lấy  $E$  sao cho  $SE = 3EC$ . Mặt phẳng  $(BDE)$  cắt mặt đáy  $(ABC)$  theo giao tuyến  $d$ . Chứng minh  $d \parallel AC$ .

.....

.....

.....

.....

**DẠNG 4. Bài toán thực tế**

Gợi ý: coi mỗi mép là một đường thẳng, mỗi mặt là một mặt phẳng; tìm một đường thẳng nằm trong mặt phẳng và song song với mép đang xét.

**Bài 7.** Tấm trượt của một cầu trượt là một hình chữ nhật phẳng đặt nghiêng, mép dưới chạm mặt sân. Vì sao mép trên của tấm trượt song song với mặt sân?

.....

.....

.....

.....

**Bài 8.** Một quyển lịch để bàn gồm hai tấm bìa phẳng nối với nhau ở gáy lò xo. Hai mép dưới của hai tấm bìa nằm trên mặt bàn và song song với nhau. Chứng minh gáy lịch song song với mặt bàn.

.....

.....

.....

.....

.....

# Đường thẳng và mặt phẳng song song

## DẠNG 1. Vị trí tương đối, xét đúng sai

**Cách làm.** Đếm điểm chung của đường thẳng và mặt phẳng: 0 điểm  $\Rightarrow$  song song; 1 điểm  $\Rightarrow$  cắt; từ 2 điểm  $\Rightarrow$  nằm trong. Với mệnh đề "nếu ... thì ...", thử trên một hình hộp chữ nhật để tìm phản ví dụ.

### Bài 1.

- a) Chỉ có một điểm chung là  $N$  ( $S$  không thuộc mặt đáy). Đáp án: **cắt**
- b) Hai điểm  $N, Q$  đều thuộc ( $SNQ$ ). Đáp án: **nằm trong**
- c) Chỉ có một điểm chung là  $O$  ( $O \in MP$ ;  $N$  không thuộc ( $SMP$ )). Đáp án: **cắt**
- d)  $PQ \parallel MN$ ,  $MN \subset (SMN)$ , còn  $PQ$  không nằm trong ( $SMN$ ). Đáp án: **song song**

### Bài 2.

- a) Sai. Trên hình hộp chữ nhật, lấy  $\alpha$  là một cạnh của mặt trên, ( $a$ ) là mặt đáy. Cạnh đáy chạy theo hướng khác thì chéo nhau với  $\alpha$ , không song song với  $\alpha$ . Đáp án: **Sai**
- b) Sai.  $\alpha$  chỉ cắt những đường thẳng của ( $a$ ) đi qua giao điểm. Ví dụ cạnh bên của hình hộp chữ nhật cắt mặt đáy, nhưng chéo nhau với cạnh đáy không đi qua chân của nó. Đáp án: **Sai**
- c) Đúng. Đường thẳng và mặt phẳng chỉ có ba vị trí: nằm trong, cắt, song song. Loại hai vị trí đầu thì chỉ còn song song. Đáp án: **Đúng**

## DẠNG 2. Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng

**Cách làm.** Bước 1: tìm  $b \subset (a)$  sao cho  $b \parallel a$ . Bước 2: kiểm tra  $a \not\subset (a)$ . Bước 3: kết luận  $a \parallel (a)$ . Thiếu bước 2 là lỗi hay gặp nhất: nếu  $a$  nằm trong ( $a$ ) thì không được nói là song song.

### Bài 3.

- a)  $\frac{SD}{SA} = \frac{SE}{SC} = \frac{3}{4}$  nên theo định lí Thalès đảo,  $DE \parallel AC$ . Mà  $AC \subset (ABC)$  và  $DE \not\subset (ABC)$ . Vậy  $DE \parallel (ABC)$ . Đáp án:  **$DE \parallel AC \subset (ABC)$**
- b)  $\frac{DE}{AC} = \frac{SD}{SA} = \frac{3}{4}$  nên  $DE = \frac{3}{4} \cdot 8 = 6$  cm. Đáp án: **6 cm**

- c)  $D \in SA \subset (SAB)$ , còn  $E$  không thuộc  $(SAB)$ . Vậy  $DE$  và  $(SAB)$  có đúng một điểm chung:  $DE$  cắt  $(SAB)$  tại  $D$ . Đáp án: **cắt tại  $D$**

#### Bài 4.

- a)  $O$  là trung điểm của  $NQ$ ,  $E$  là trung điểm của  $SN$  nên  $OE$  là đường trung bình của tam giác  $SNQ$ :  $OE \parallel SQ$ .  $O \in MP$  nên  $OE \subset (EMP)$ ; còn  $SQ \not\subset (EMP)$ . Vậy  $SQ \parallel (EMP)$ . Đáp án:  **$SQ \parallel OE \subset (EMP)$**
- b) Đây là hình bình hành nên  $PQ \parallel MN$ .  $MN \subset (EMN)$ , còn  $PQ \not\subset (EMN)$ . Vậy  $PQ \parallel (EMN)$ . Đáp án:  **$PQ \parallel MN \subset (EMN)$**
- c)  $O \in NQ$  và  $E \in SN$  nên cả hai điểm đều thuộc  $(SNQ)$ : đường thẳng  $OE$  nằm trong  $(SNQ)$ , không song song với  $(SNQ)$ . Minh quên kiểm tra điều kiện "không nằm trong một phẳng". Đáp án:  **$OE \subset (SNQ)$**

### DẠNG 3. Tìm giao tuyến nhờ một đường thẳng song song

**Cách làm.** Bước 1: chỉ ra  $a \parallel (\alpha)$ . Bước 2: tìm một điểm chung của  $(\beta)$  và  $(\alpha)$ . Bước 3: giao tuyến là đường thẳng qua điểm chung đó và song song với  $a$ .

#### Bài 5.

- a)  $S$  là điểm chung.  $MN \parallel PQ$ ,  $PQ \subset (SPQ)$ ,  $MN \not\subset (SPQ)$  nên  $MN \parallel (SPQ)$ . Mặt phẳng  $(SMN)$  chứa  $MN$  và cắt  $(SPQ)$ , nên giao tuyến là đường thẳng  $d$  đi qua  $S$  và song song với  $MN$ . Đáp án: **đường thẳng qua  $S$ , song song với  $MN$**
- b)  $MN \parallel (SPQ)$  (câu a). Mặt phẳng  $(EMN)$  chứa  $MN$  và cắt  $(SPQ)$  theo giao tuyến  $EF$ , nên  $EF \parallel MN$ , tức là  $EF \parallel PQ$ . Trong tam giác  $SPQ$ :  $\frac{EF}{PQ} = \frac{SE}{SP} = \frac{3}{4}$ , vậy  $EF = 7,5$  cm. Đáp án:  **$EF = 7,5$  cm**
- c) Thiết diện là tứ giác  $MNEF$  có  $EF \parallel MN$  và  $EF = 7,5 \neq 10 = MN$ , nên là hình thang. Đáp án: **hình thang  $MNEF$**

**Bài 6.**  $DE \parallel AC$  (Thalès đảo),  $AC \subset (ABC)$ ,  $DE \not\subset (ABC)$  nên  $DE \parallel (ABC)$ . Mặt phẳng  $(BDE)$  chứa  $DE$  và có điểm chung  $B$  với  $(ABC)$ , nên giao tuyến  $d$  đi qua  $B$  và song song với  $DE$ . Mà  $DE \parallel AC$ , vậy  $d \parallel AC$ .

Đáp án:  **$d$  qua  $B$ ,  $d \parallel DE \parallel AC$**

## DẠNG 4. Bài toán thực tế

**Cách làm.** Dấu hiệu: mép  $\alpha$  không nằm trong mặt phẳng và song song với một đường thẳng của mặt phẳng thì  $\alpha$  song song với mặt phẳng. Tính chất: mặt phẳng chứa  $\alpha$  cắt mặt phẳng kia theo giao tuyến song song với  $\alpha$ .

**Bài 7.** Tấm trượt là hình chữ nhật nên mép trên song song với mép dưới. Mép dưới nằm trong mặt sân, mép trên thì không (nó ở trên cao). Theo dấu hiệu nhận biết, mép trên song song với mặt sân.

Đáp án: **mép trên  $\parallel$  mép dưới  $\subset$  mặt sân**

**Bài 8.** Gọi  $a, b$  là hai mép dưới ( $a \parallel b$ ),  $d$  là gáy lịch (giao tuyến của hai tấm bìa). Bước 1:  $a \parallel b$ ,  $b$  nằm trong tấm bìa thứ hai,  $a$  không nằm trong tấm bìa ấy, nên  $a$  song song với mặt phẳng tấm bìa thứ hai. Bước 2: tấm bìa thứ nhất chứa  $a$  và cắt tấm bìa thứ hai theo  $d$ , nên  $d \parallel a$ . Bước 3:  $d \parallel a$ ,  $a$  nằm trong mặt bàn,  $d$  không nằm trong mặt bàn. Vậy  $d$  song song với mặt bàn.

Đáp án:  **$d \parallel a \subset$  mặt bàn**