

Phép chiếu song song

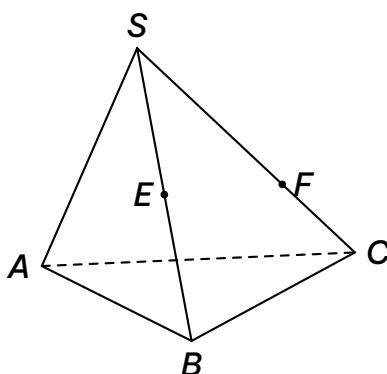
Họ và tên: _____

Ngày: _____

DẠNG 1. Tìm hình chiếu của điểm, của đoạn thẳng

Gợi ý: qua điểm đó kẻ đường thẳng song song với phương chiếu, rồi tìm giao điểm với mặt phẳng chiếu.

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi E là trung điểm của SB , F là điểm trên cạnh SC sao cho $SF = 2FC$. Xét phép chiếu song song lên mặt phẳng (ABC) theo phương SA .



a) Tìm hình chiếu của điểm S .

.....

.....

b) Tìm hình chiếu E' của điểm E .

.....

.....

.....

c) Tìm hình chiếu F' của điểm F và tính tỉ số $\frac{AF'}{AC}$.

.....

.....

.....

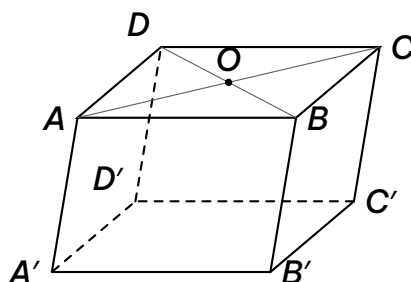
.....

d) Hình chiếu của đường thẳng SA là gì?

.....

.....

Bài 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (đáy trên $ABCD$, đáy dưới $A'B'C'D'$). Gọi O là tâm của đáy $ABCD$. Xét các phép chiếu song song lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$.



a) Theo phương AA' , hình chiếu của O là điểm nào?

.....

.....

.....

b) Theo phương AC' , hình chiếu của A là điểm nào?

.....

.....

c) Theo phương AC' , hãy xác định hình chiếu X của O .

.....

.....

.....

.....

.....

DẠNG 2. Dùng tính chất của phép chiếu song song

Gợi ý: tỉ số hai đoạn trên cùng một đường thẳng (hoặc trên hai đường thẳng song song) được giữ nguyên; độ dài và góc thì không.

Bài 3. Một phép chiếu song song biến mỗi điểm X thành X' (các đoạn đang xét không cùng phương với phương chiếu). Tính.

a) I thuộc đoạn EF , $EI = 3IF$, $E'F' = 10$ cm. Tính $E'I'$.

.....
.....

b) $MN \parallel PQ$, $MN = 15$ cm, $PQ = 6$ cm, $P'Q' = 4$ cm. Tính $M'N'$.

.....
.....
.....

c) G là trung điểm của đoạn UV , $U'V' = 7$ cm. Tính $U'G'$.

.....
.....

Bài 4. Mỗi khẳng định sau đúng hay sai? Giải thích ngắn gọn.

a) Trong hai đoạn thẳng, đoạn nào dài hơn thì hình chiếu của nó cũng dài hơn.

.....
.....
.....

b) Ba điểm không thẳng hàng thì ba hình chiếu của chúng cũng không thẳng hàng.

.....
.....
.....

c) Trung điểm của một đoạn thẳng chiếu thành trung điểm của hình chiếu của đoạn thẳng đó.

.....
.....

DẠNG 3. Vẽ và nhận ra hình biểu diễn

Gợi ý: song song vẽ song song; trung điểm vẽ trung điểm; tỉ số trên cùng một đường (hoặc hai đường song song) giữ nguyên; cạnh khuất vẽ nét đứt.

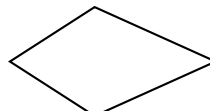
Bài 5. Trong ba tứ giác dưới đây, hình nào có thể là hình biểu diễn của một hình thoi? Vì sao?



Hình 1



Hình 2



Hình 3

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Vẽ hình biểu diễn của mỗi hình sau.

a) Hình hộp chữ nhật, có đánh dấu tâm O của mặt đáy dưới.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) Hình chóp tam giác đều $S.ABC$ (đáy là tam giác đều), có đánh dấu trọng tâm H của đáy và đoạn SH .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) Hình thang cân $ABCD$ có đáy lớn $AB = 9$ cm, đáy nhỏ $CD = 6$ cm. Nếu vẽ $A'B' = 6$ cm thì phải vẽ $C'D'$ dài bao nhiêu? Hình vẽ có cân cân không?

.....

.....

.....

DẠNG 4. Bài toán thực tế

Gợi ý: xem mặt sân, màn hình... là mặt phẳng chiếu; tìm những đoạn cùng nằm trên một đường hoặc song song để dùng tính chất giữ tỉ số.

Bài 7. Trời mưa có gió, các hạt mưa rơi xiên theo cùng một phương. Một tấm bạt hình chữ nhật $4\text{ m} \times 3\text{ m}$ được căng nằm ngang, cách mặt sân phẳng $2,4\text{ m}$.

a) Vệt khô trên sân là hình gì, kích thước bao nhiêu? Vì sao?

.....

.....

.....

.....

b) Tính diện tích vệt khô.

.....

c) Biết cứ rơi xuống 3 m thì hạt mưa bị gió đẩy ngang 1 m . Vệt khô lệch đi bao xa so với vị trí ngay dưới tấm bạt?

.....

.....

Bài 8. Một game vẽ sân lát gạch bằng phép chiếu song song. Mỗi viên gạch hình vuông ngoài "thực tế" được vẽ trên màn hình thành một hình bình hành có hai cạnh dài 32 px và 20 px .

a) Một lối đi thẳng dài 6 viên gạch theo hướng cạnh 32 px được vẽ dài bao nhiêu px ?

.....

.....

b) Một tấm thảm phủ kín 3×2 viên gạch (3 viên theo hướng cạnh 32 px) được vẽ thành hình gì, cạnh dài bao nhiêu?

.....

.....

.....

c) Một bạn tính đường chéo viên gạch trên màn hình bằng $\sqrt{32^2 + 20^2}$ px. Cách tính đó đúng hay sai?

.....

.....

.....

Phép chiếu song song

DẠNG 1. Tìm hình chiếu của điểm, của đoạn thẳng

Cách làm. Bước 1: xác định mặt phẳng chiếu và phương chiếu. Bước 2: qua điểm M kẻ đường thẳng song song (hoặc trùng) với phương chiếu. Bước 3: giao điểm của đường thẳng đó với mặt phẳng chiếu là hình chiếu M' . Điểm nằm sẵn trên mặt phẳng chiếu thì hình chiếu là chính nó.

Bài 1.

- a) Đường thẳng qua S cùng phương chiếu chính là SA , cắt (ABC) tại A . Đáp án: điểm A
- b) Trong mặt phẳng (SAB) , qua E kẻ đường thẳng song song với SA , cắt AB tại E' . Vì E là trung điểm của SB nên EE' là đường trung bình của tam giác SAB , suy ra E' là trung điểm của AB . Đáp án: trung điểm của AB
- c) Trong mặt phẳng (SAC) , qua F kẻ đường thẳng song song với SA , cắt AC tại F' . Phép chiếu biến S, F, C thành A, F', C và giữ tỉ số trên cùng một đường thẳng:
 $\frac{AF'}{AC} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$. Đáp án: $F' \in AC, \frac{AF'}{AC} = \frac{2}{3}$
- d) Đường thẳng SA cùng phương với phương chiếu nên mọi điểm của nó đều chiếu thành A . Đáp án: một điểm (điểm A)

Bài 2.

- a) Theo phương AA' : $A \mapsto A', C \mapsto C'$. O là trung điểm của AC nên hình chiếu của O là trung điểm của $A'C'$, tức là tâm O' của đáy $A'B'C'D'$. Đáp án: tâm O' của đáy $A'B'C'D'$
- b) Đường thẳng qua A cùng phương chiếu là AC' , cắt mặt phẳng $(A'B'C'D')$ tại C' .
 Đáp án: điểm C'
- c) Xét mặt phẳng $(ACC'A')$. Theo phương AC' : $A \mapsto C'$. Hình chiếu của C là điểm C_1 trên đường thẳng $A'C'$ với $CC_1 \parallel AC'$; tứ giác ACC_1C' là hình bình hành nên $C'C_1 = AC = A'C'$. Vì O là trung điểm của AC nên X là trung điểm của $C'C_1$; X nằm trên tia đối của tia $C'A'$ và $C'X = \frac{1}{2}A'C'$. Đáp án: X thuộc tia đối của tia $C'A'$, $C'X = \frac{1}{2}A'C'$

DẠNG 2. Dùng tính chất của phép chiếu song song

Cách làm. Giữ nguyên: tính thẳng hàng và thứ tự; tính song song; tỉ số độ dài hai đoạn cùng nằm trên một đường thẳng hoặc trên hai đường thẳng song song. Không giữ: độ dài, số đo góc, tỉ số của hai đoạn không cùng phương.

Bài 3.

a) $\frac{E'I'}{E'F'} = \frac{EI}{EF} = \frac{3}{4}$ nên $E'I' = \frac{3}{4} \cdot 10 = 7,5 \text{ cm}$. Đáp án: **7,5 cm**

b) $\frac{M'N'}{P'Q'} = \frac{MN}{PQ} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$ nên $M'N' = \frac{5}{2} \cdot 4 = 10 \text{ cm}$. Đáp án: **10 cm**

c) Tỉ số $\frac{UG}{UV} = \frac{1}{2}$ được giữ nguyên nên $U'G' = \frac{1}{2} \cdot 7 = 3,5 \text{ cm}$. Đáp án: **3,5 cm**

Bài 4.

- a) Sai. Phép chiếu không giữ độ dài; chỉ so sánh được khi hai đoạn cùng phương.
Ví dụ: chiếu lên mặt sân theo phương gần thẳng đứng, một cây cột đứng cao 5 m có hình chiếu rất ngắn, trong khi thanh gỗ dài 3 m nằm ngang có hình chiếu dài đúng 3 m. Đáp án: **Sai**
- b) Sai. Nếu mặt phẳng chứa ba điểm đó song song với phương chiếu (hoặc chứa phương chiếu) thì cả mặt phẳng ấy chiếu thành một đường thẳng, nên ba hình chiếu thẳng hàng. Đáp án: **Sai**
- c) Đúng. Trung điểm chia đoạn thẳng theo tỉ số 1 : 1, mà tỉ số trên cùng một đường thẳng được giữ nguyên. Đáp án: **Đúng**

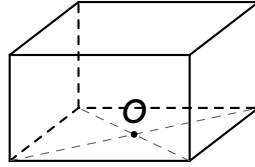
DẠNG 3. Vẽ và nhận ra hình biểu diễn

Cách làm. Tam giác bất kì (đều, cân, vuông) vẽ thành một tam giác tùy ý. Hình vuông, hình chữ nhật, hình thoi, hình bình hành vẽ thành hình bình hành. Hình thang vẽ thành hình thang và giữ đúng tỉ số hai đáy. Hình tròn vẽ thành elip. Cạnh bị che vẽ nét đứt.

Bài 5. Hình thoi có hai cặp cạnh đối song song nên hình biểu diễn của nó phải là hình bình hành. Hình 1 là hình bình hành: được. Hình 2 là hình thang cân, chỉ có một cặp cạnh song song: không được. Hình 3 (hình cánh diều) không có cặp cạnh đối nào song song: không được. Đáp án: **chỉ Hình 1**

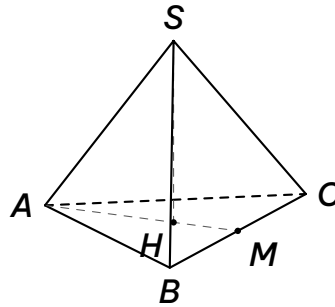
Bài 6.

- a) Mặt trước vẽ hình chữ nhật, các cạnh lùi về sau vẽ xiên, song song và bằng nhau, ba cạnh khuất vẽ nét đứt. Đó là hình bình hành; O là giao điểm hai đường chéo của hình bình hành đó.



Đáp án: **đáy là hình bình hành, O là giao hai đường chéo**

- b) Đáy vẽ một tam giác tùy ý (cạnh AC khuất, nét đứt). Lấy trung điểm M của BC (đo cho đúng), H trên AM sao cho $AH = 2HM$. Vẽ S phía trên H , nối SA, SB, SC, SH .



Đáp án: **$H \in AM, AH = 2HM$**

- c) $\frac{C'D'}{A'B'} = \frac{CD}{AB} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ nên $C'D' = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4$ cm, và $C'D' \parallel A'B'$. Không cần vẽ cân, vì hai cạnh bên không song song nên tỉ số độ dài của chúng không được giữ. Đáp án: **$C'D' = 4$ cm, không cần cân**

DẠNG 4. Bài toán thực tế

Cách làm. Chỉ ra mặt phẳng chiếu và phương chiếu trong tình huống. Hình phẳng nằm trong mặt phẳng song song với mặt phẳng chiếu thì hình chiếu bằng chính nó (mỗi cạnh cùng với hình chiếu của nó là hai cạnh đối của một hình bình hành).

Bài 7.

- a) Vệt khô là hình chiếu song song của tấm bạt lên mặt sân theo phương mưa rơi. Với mỗi cạnh AB của tấm bạt: $AA' \parallel BB'$ (cùng phương mưa) và $AB \parallel A'B'$ (vì mặt bạt song song với mặt sân), nên $ABB'A'$ là hình bình hành, $A'B' = AB$. Tương tự với mọi đoạn nối hai điểm của tấm bạt, nên vệt khô bằng đúng tấm bạt: hình chữ nhật $4 \text{ m} \times 3 \text{ m}$. Đáp án: **hình chữ nhật $4 \text{ m} \times 3 \text{ m}$**

- b) $4 \cdot 3 = 12 \text{ (m}^2\text{)}$. Đáp án: **12 m^2**

- c) Hạt mưa rơi xuống $2,4 \text{ m}$ thì bị đẩy ngang $2,4 : 3 = 0,8 \text{ m}$. Vệt khô lệch $0,8 \text{ m}$ về phía cuối gió. Đáp án: **$0,8 \text{ m}$**

Bài 8.

- a) Sáu cạnh gạch bằng nhau nằm trên cùng một đường thẳng nên hình chiếu của chúng cũng bằng nhau: $6 \cdot 32 = 192 \text{ px}$. Đáp án: **192 px**
- b) Tám tấm hình chữ nhật nên được vẽ thành hình bình hành, hai cạnh dài $3 \cdot 32 = 96 \text{ px}$ và $2 \cdot 20 = 40 \text{ px}$. Đáp án: **hình bình hành, cạnh 96 px và 40 px**
- c) Sai. Công thức đó chỉ đúng khi hai cạnh vuông góc. Trên màn hình viên gạch là hình bình hành, góc vuông nói chung không còn được giữ, nên không dùng định lý Pythagore được; phải biết thêm góc giữa hai cạnh mới tính được đường chéo. Đáp án: **Sai**