

Hệ trục tọa độ trong không gian

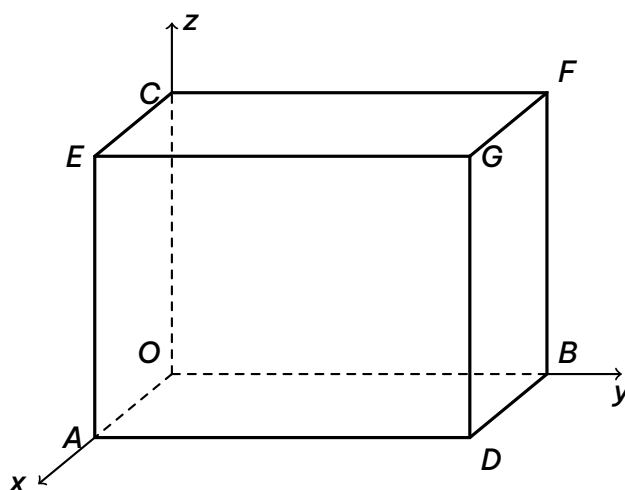
Họ và tên: _____

Ngày: _____

DẠNG 1. Đọc tọa độ của điểm

Gợi ý: từ gốc O , đi dọc theo ba trục để tới điểm đó; mỗi quãng đi là một tọa độ. Tọa độ nào không có thì ghi 0 .

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $OADB.CEGF$ như hình, với A, B, C lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz và $OA = 3, OB = 8, OC = 6$.



a) Tìm tọa độ của các đỉnh D và G .

.....

b) Tìm tọa độ của các đỉnh E và F .

.....

c) Điểm N nằm trên cạnh DG và cách D đúng 2 đơn vị. Tìm tọa độ của N .

.....

Bài 2. Trong không gian $Oxyz$, tìm toạ độ của mỗi điểm sau.

a) E thuộc tia Oz và $OE = 6$.

.....

b) F thuộc tia đối của tia Ox và $OF = 2,5$.

.....

c) G là hình chiếu của $N(-4; 9; 7)$ trên mặt phẳng (Oyz) .

.....

d) H là hình chiếu của $N(-4; 9; 7)$ trên trục Oy .

.....

DẠNG 2. Tìm toạ độ của vectơ

Gợi ý: biết hai đầu mút thì lấy toạ độ điểm cuối trừ toạ độ điểm đầu. Vectơ viết theo $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ thì đọc ba hệ số theo đúng thứ tự.

Bài 3. Tìm toạ độ của vectơ $\overrightarrow{MN}$ trong mỗi trường hợp sau.

a) $M(3; 0; -4)$ và $N(-1; 6; 2)$

.....

.....

b) $M(-2; 5; 1)$ và $N(-2; -3; 8)$

.....

.....

c) $M(7; 7; 7)$ và N trùng với gốc toạ độ

.....

.....

Bài 4. Viết toạ độ của mỗi vectơ sau.

a) $\vec{a} = 4\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k}$

.....

b) $\vec{b} = -5\vec{j} + 2\vec{k}$

.....

c) $\vec{c} = 3\vec{k} - \vec{i}$

.....

d) $\vec{d} = -2\vec{j}$

.....

Bài 5. Cho $\vec{u} = (m - 1; 4; 2n)$ và $\vec{v} = (3; 4; -6)$. Tìm m và n để $\vec{u} = \vec{v}$.

.....

.....

.....

DẠNG 3. Tìm điểm nhờ hai vectơ bằng nhau

Gợi ý: gọi toạ độ điểm cần tìm là $(x; y; z)$, viết hai vectơ bằng nhau rồi cho từng toạ độ tương ứng bằng nhau.

Bài 6. Cho điểm $A(2; -3; 1)$ và $\overrightarrow{AB} = (5; 4; -6)$. Tìm toạ độ của điểm B .

.....

.....

.....

Bài 7. Cho ba điểm $M(0; 1; 4)$, $N(3; -2; 5)$, $P(1; 2; 7)$. Tìm toạ độ của điểm Q để $MNPQ$ là hình bình hành.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 8. Cho hai điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(4; -1; 3)$. Tìm toạ độ của điểm C sao cho $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$.

.....

.....

.....

.....

DẠNG 4. Bài toán thực tế

Gợi ý: chọn hệ trục, ghi các vị trí thành toạ độ, rồi tính như dạng 2 và dạng 3. Cao độ âm nghĩa là ở thấp hơn gốc.

Bài 9. Trong một toà nhà, chọn hệ trục $Oxyz$ có gốc O ở một góc sảnh tầng trệt, mặt phẳng (Oxy) là sàn tầng trệt, trục Oz hướng thẳng lên, đơn vị là mét. Một thang máy đi thẳng đứng từ điểm $P(12; 8; -6)$ ở tầng hầm lên điểm Q ở độ cao 27 m so với sàn tầng trệt.

a) Tìm toạ độ của điểm Q .

.....
.....

b) Tìm toạ độ của vectơ độ dịch chuyển $\overrightarrow{PQ}$ và nêu ý nghĩa.

.....
.....

c) Từ Q , một người đi dọc hành lang theo vectơ độ dịch chuyển $(-7; 5; 0)$ thì tới cửa căn hộ R . Tìm toạ độ của R .

.....
.....

Bài 10. Một tuyến cáp treo được mô tả trong hệ trục $Oxyz$ có mặt phẳng (Oxy) nằm ngang, trục Oz hướng thẳng lên, đơn vị là mét. Ga dưới ở $A(200; 150; 40)$, ga giữa ở $B(1400; 950; 520)$.

a) Tìm toạ độ của vectơ độ dịch chuyển $\overrightarrow{AB}$ của một cabin đi từ ga dưới lên ga giữa. Trên chặng đó, cabin lên cao thêm bao nhiêu mét?

.....
.....

b) Từ ga giữa B tới ga trên C , cabin có vectơ độ dịch chuyển $(600; -300; 250)$. Tìm toạ độ của ga trên C .

.....
.....
.....

Hệ trục tọa độ trong không gian

DẠNG 1. Đọc tọa độ của điểm

Cách làm. $M(x; y; z)$ nghĩa là $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$: x là hoành độ, y là tung độ, z là cao độ.
Điểm trên trục Ox có dạng $(x; 0; 0)$; điểm trên mặt phẳng (Oxy) có dạng $(x; y; 0)$. Tương tự cho các trục và các mặt phẳng tọa độ còn lại.

Bài 1.

- a) Tới D ta đi 3 theo Ox rồi 8 theo Oy , không lên cao. Từ D lên thẳng 6 đơn vị là tới G . Đáp án: $D(3; 8; 0), G(3; 8; 6)$
- b) Tới E ta đi 3 theo Ox rồi lên 6, không đi theo Oy nên tung độ bằng 0. Tới F ta đi 8 theo Oy rồi lên 6, không đi theo Ox nên hoành độ bằng 0. Đáp án: $E(3; 0; 6), F(0; 8; 6)$
- c) Cạnh DG thẳng đứng nên N có cùng hoành độ và tung độ với D , còn cao độ bằng 2. Đáp án: $N(3; 8; 2)$

Bài 2.

- a) $\overrightarrow{OE} = 6\vec{k}$. Đáp án: $E(0; 0; 6)$
- b) $\overrightarrow{OF} = -2,5\vec{i}$. Đáp án: $F(-2,5; 0; 0)$
- c) Điểm trên mặt phẳng (Oyz) có hoành độ bằng 0; tung độ và cao độ giữ nguyên. Đáp án: $G(0; 9; 7)$
- d) Điểm trên trục Oy có hoành độ và cao độ bằng 0; tung độ giữ nguyên. Đáp án: $H(0; 9; 0)$

DẠNG 2. Tìm tọa độ của vectơ

Cách làm. $\overrightarrow{MN} = (x_N - x_M; y_N - y_M; z_N - z_M)$.
 $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ thì $\vec{a} = (x; y; z)$. Thiếu vectơ đơn vị nào thì tọa độ tương ứng bằng 0.
Hai vectơ bằng nhau khi và chỉ khi ba tọa độ tương ứng bằng nhau.

Bài 3.

- a) $\overrightarrow{MN} = (-1 - 3; 6 - 0; 2 - (-4))$. Đáp án: $\overrightarrow{MN} = (-4; 6; 6)$
- b) $\overrightarrow{MN} = (-2 - (-2); -3 - 5; 8 - 1)$. Đáp án: $\overrightarrow{MN} = (0; -8; 7)$

c) $N(0; 0; 0)$ nên $\overrightarrow{MN} = (0 - 7; 0 - 7; 0 - 7)$. Đáp án: $\overrightarrow{MN} = (-7; -7; -7)$

Bài 4.

a) Đọc ba hệ số theo thứ tự $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Đáp án: $\vec{a} = (4; -1; 6)$

b) Không có $\vec{i}$ nên hoành độ bằng 0. Đáp án: $\vec{b} = (0; -5; 2)$

c) Sắp lại theo thứ tự $\vec{c} = -\vec{i} + 0\vec{j} + 3\vec{k}$. Đáp án: $\vec{c} = (-1; 0; 3)$

d) Không có $\vec{i}$ và $\vec{k}$. Đáp án: $\vec{d} = (0; -2; 0)$

Bài 5. Hai vectơ bằng nhau khi các toạ độ tương ứng bằng nhau, tức là $m - 1 = 3$, $4 = 4$ và $2n = -6$. Đáp án: $m = 4, n = -3$

DẠNG 3. Tìm điểm nhờ hai vectơ bằng nhau

Cách làm. Nếu $\overrightarrow{AB} = (a; b; c)$ và $A(x_A; y_A; z_A)$ thì $B(x_A + a; y_A + b; z_A + c)$.
 $MNPQ$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$ (cũng có thể dùng $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$).

Bài 6. Gọi $B(x; y; z)$ thì $\overrightarrow{AB} = (x - 2; y + 3; z - 1)$. Suy ra $x - 2 = 5, y + 3 = 4, z - 1 = -6$.
Đáp án: $B(7; 1; -5)$

Bài 7. $MNPQ$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$, mà $\overrightarrow{NP} = (1 - 3; 2 - (-2); 7 - 5) = (-2; 4; 2)$.
Gọi $Q(x; y; z)$ thì $\overrightarrow{MQ} = (x; y - 1; z - 4)$. Suy ra $x = -2, y - 1 = 4, z - 4 = 2$.
Đáp án: $Q(-2; 5; 6)$

Bài 8. $\overrightarrow{AB} = (3; -2; 2)$. Gọi $C(x; y; z)$ thì $\overrightarrow{BC} = (x - 4; y + 1; z - 3)$. Suy ra $x - 4 = 3, y + 1 = -2, z - 3 = 2$.
Đáp án: $C(7; -3; 5)$

DẠNG 4. Bài toán thực tế

Cách làm. Vectơ độ dịch chuyển từ P tới Q là $\overrightarrow{PQ}$ (cuối trừ đầu). Mỗi toạ độ của nó cho biết đã dịch chuyển bao nhiêu theo hướng của trục tương ứng; dấu âm là đi ngược chiều trục.

Bài 9.

a) Thang máy đi thẳng đứng nên hoành độ và tung độ không đổi, chỉ cao độ đổi thành 27. Đáp án: $Q(12; 8; 27)$

b) $\overrightarrow{PQ} = (12 - 12; 8 - 8; 27 - (-6))$. Ý nghĩa là thang máy không dịch chuyển theo phương ngang, chỉ đi lên 33 m. Đáp án: $\overrightarrow{PQ} = (0; 0; 33)$

c) Gọi $R(x; y; z)$ thì $\overrightarrow{QR} = (x - 12; y - 8; z - 27) = (-7; 5; 0)$. Đáp án: $R(5; 13; 27)$

Bài 10.

a) $\vec{AB} = (1400 - 200; 950 - 150; 520 - 40)$. Cao độ của $\vec{AB}$ là 480 nên cabin lên cao thêm 480 m. Đáp án: $\vec{AB} = (1200; 800; 480)$; **lên cao 480 m**

b) Gọi $C(x; y; z)$ thì $\vec{BC} = (x - 1400; y - 950; z - 520) = (600; -300; 250)$. Đáp án: $C(2000; 650; 770)$