Xác suất có điều kiện

Họ và tên: _____ Ngày: _____

DẠNG 1. Tính bằng cách đếm hoặc bằng công thức

Gợi ý: gọi tên hai biến cố, xác định đâu là điều kiện (điều "biết rằng"). Đếm trong không gian mẫu đã thu nhỏ, hoặc dùng $P(A \mid B) = \dfrac{P(AB)}{P(B)}$.

Bài 1. Một hộp có 15 viên bi đánh số từ 1 đến 15. Lấy ngẫu nhiên một viên. Biết số trên viên bi là số lẻ, tính xác suất số đó chia hết cho 3.

.....

.....

.....

Bài 2. Cho hai biến cố A, B với $P(A) = 0{,}6$; $P(B) = 0{,}5$; $P(AB) = 0{,}2$.

a) Tính $P(A \mid B)$.

.....

.....

b) Tính $P(B \mid A)$.

.....

.....

c) Tính $P(\overline{A} \mid B)$. A và B có độc lập không?

.....

.....

.....

Bài 3. Biết $P(AB) = 0{,}24$ và $P(A \mid B) = 0{,}6$. Tính $P(B)$.

.....

.....

Bài 4. Trong các gia đình có ba con, chọn ngẫu nhiên một gia đình có ít nhất một bé gái (coi khả năng sinh trai, gái như nhau). Tính xác suất cả ba bé đều là gái.

.....

.....

.....

.....

DẠNG 2. Bảng hai chiều

Gợi ý: tính tổng từng hàng, từng cột. Điều kiện ở hàng (cột) nào thì tổng hàng (cột) đó là mẫu số; tử số là ô giao.

Bài 5. Khảo sát 300 học sinh về thời gian dùng mạng xã hội mỗi ngày và việc ngủ đủ giấc:

	Ngủ đủ	Thiếu ngủ
Trên 3 giờ/ngày	45	75
Không quá 3 giờ/ngày	126	54

Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Tính xác suất:

a) học sinh đó thiếu ngủ, biết rằng em dùng mạng xã hội trên 3 giờ/ngày;

.....

.....

b) học sinh đó thiếu ngủ, biết rằng em dùng không quá 3 giờ/ngày; so sánh với câu a;

.....

.....

.....

c) học sinh đó dùng mạng xã hội trên 3 giờ/ngày, biết rằng em thiếu ngủ.

.....

.....

.....

Bài 6. Một hộp thư nhận 1000 thư; người ta đếm thư rác và thư có chứa từ ”khuyến mãi”:

	Thư rác	Không phải thư rác
Có từ ”khuyến mãi”	200	50
Không có từ đó	100	650

Chọn ngẫu nhiên một thư.

a) Biết thư có từ ”khuyến mãi”, tính xác suất đó là thư rác.

.....

.....

b) Biết thư là thư rác, tính xác suất thư có từ ”khuyến mãi”.

.....

.....

DẠNG 3. Sơ đồ cây và công thức nhân

Gợi ý: vẽ cây theo thứ tự thời gian, nhánh tầng hai ghi xác suất có điều kiện. Nhân dọc nhánh được xác suất một đường đi, cộng các lá cần tìm.

Bài 7. Một hộp có 8 bóng đèn, trong đó 2 bóng hỏng. Lấy lần lượt 2 bóng, không trả lại. Tính xác suất

a) cả hai bóng đều hỏng;

.....

.....

b) có đúng một bóng hỏng;

.....

.....

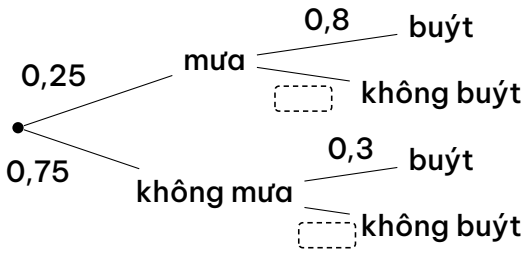
.....

c) có ít nhất một bóng tốt.

.....

.....

Bài 8. Một người đi làm. Xác suất trời mưa là 0,25. Nếu trời mưa, người đó đi xe buýt với xác suất 0,8; nếu không mưa, đi xe buýt với xác suất 0,3. Tính xác suất



a) điền hai xác suất còn thiếu trên cây; trời mưa và người đó đi xe buýt;

.....

.....

b) người đó đi xe buýt;

.....

.....

.....

.....

c) trời không mưa và người đó không đi xe buýt.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

DẠNG 4. Câu đúng sai kiểu đề thi

Gợi ý: lập bảng hoặc vẽ cây trước, rồi kiểm từng mệnh đề và đánh dấu vào ô Đ (đúng) hoặc S (sai). Cẩn thận với mệnh đề đổi chỗ hai biến cố ($P(A \mid B)$ và $P(B \mid A)$ thường khác nhau).

Bài 9. Một rạp phim bán 200 vé trong một suất chiếu: 120 vé người lớn và 80 vé trẻ em. Có 72 người lớn và 60 trẻ em mua bắp rang. Chọn ngẫu nhiên một khán giả; gọi A là biến cố "khán giả đó là trẻ em", B là biến cố "khán giả đó mua bắp rang". Mỗi mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $P(B) = 0{,}66$. Đ ☐ S ☐

b) $P(B \mid A) = 0{,}75$. Đ ☐ S ☐

c) $P(A \mid B) = 0{,}75$. Đ ☐ S ☐

d) $P(B \mid \overline{A}) = 0{,}6$. Đ ☐ S ☐

.....

.....

.....

Bài 10. Một nhà máy có hai dây chuyền. Dây chuyền I làm ra 60% số sản phẩm, trong đó 95% đạt chuẩn; dây chuyền II làm ra 40% số sản phẩm, trong đó 90% đạt chuẩn. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm; gọi A là biến cố "sản phẩm do dây chuyền I làm", B là biến cố "sản phẩm đạt chuẩn". Mỗi mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $P(B \mid A) = 0{,}95$. Đ ☐ S ☐

b) $P(AB) = 0{,}57$. Đ ☐ S ☐

c) $P(\overline{A}\,\overline{B}) = 0{,}04$. Đ ☐ S ☐

d) $P(B) = 0{,}925$. Đ ☐ S ☐

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(Trang này để trống)

Xác suất có điều kiện

DẠNG 1. Tính bằng cách đếm hoặc bằng công thức

Cách làm.

$$P(A \mid B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{n(AB)}{n(B)}, \qquad P(\overline{A} \mid B) = 1 - P(A \mid B).$$

A và B độc lập khi và chỉ khi $P(A \mid B) = P(A)$ (hay $P(AB) = P(A)\,P(B)$).

Bài 1. Điều kiện "số lẻ": $B = \{1, 3, 5, \dots, 15\}$, $n(B) = 8$. Trong đó các số chia hết cho 3 là $3, 9, 15$: $n(AB) = 3$.

Đáp án: $\boxed{P(A \mid B) = \frac{3}{8}}$

Bài 2.

a) $P(A \mid B) = \dfrac{0{,}2}{0{,}5}$. Đáp án: $\boxed{0{,}4}$

b) $P(B \mid A) = \dfrac{0{,}2}{0{,}6}$. Đáp án: $\boxed{\frac{1}{3}}$

c) $P(\overline{A} \mid B) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$. Vì $P(A \mid B) = 0{,}4 \neq 0{,}6 = P(A)$ nên không độc lập. Đáp án: $\boxed{0{,}6;\ \textbf{không độc lập}}$

Bài 3. Từ công thức nhân $P(AB) = P(B)\,P(A \mid B)$ suy ra $P(B) = \dfrac{0{,}24}{0{,}6}$. Đáp án: $\boxed{P(B) = 0{,}4}$

Bài 4. Ba bé có $2^3 = 8$ khả năng như nhau. "Có ít nhất một bé gái" loại đúng một khả năng (trai–trai–trai), còn 7 khả năng, trong đó 1 khả năng ba gái.

Đáp án: $\boxed{\frac{1}{7}}$

DẠNG 2. Bảng hai chiều

Cách làm. Điều kiện "biết rằng ..." chỉ giữ lại một hàng (hoặc một cột) của bảng: mẫu số là tổng hàng (cột) đó, **không** phải tổng cả bảng.

Bài 5.

a) Hàng "trên 3 giờ" có $45+75 = 120$ học sinh, 75 em thiếu ngủ. Đáp án: $\boxed{\frac{75}{120} = \frac{5}{8}}$

b) Hàng dưới có $126 + 54 = 180$ học sinh: $\dfrac{54}{180} = 0{,}3$, nhỏ hơn 0,625 ở câu a. Đáp án: $\boxed{0{,}3}$

c) Điều kiện là cột "thiếu ngủ": $75 + 54 = 129$ học sinh, trong đó 75 em dùng trên 3 giờ. Đáp án: $\boxed{\dfrac{75}{129} = \dfrac{25}{43}}$

Bài 6.

a) Hàng "có từ" gồm $200 + 50 = 250$ thư, 200 thư rác. Đáp án: $\boxed{\dfrac{200}{250} = 0{,}8}$

b) Cột "thư rác" gồm $200 + 100 = 300$ thư, 200 thư có từ đó. Đáp án: $\boxed{\dfrac{200}{300} = \dfrac{2}{3}}$

DẠNG 3. Sơ đồ cây và công thức nhân

Cách làm.

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B \mid A).$$

Các nhánh mọc từ cùng một điểm cộng lại bằng 1; tổng mọi lá bằng 1.

Bài 7.

a) $\dfrac{2}{8} \cdot \dfrac{1}{7}$ (lần hai chỉ còn 7 bóng, 1 bóng hỏng). Đáp án: $\boxed{\dfrac{1}{28}}$

b) Hai lá "hỏng – tốt" và "tốt – hỏng": $\dfrac{2}{8} \cdot \dfrac{6}{7} + \dfrac{6}{8} \cdot \dfrac{2}{7} = \dfrac{12}{56} + \dfrac{12}{56} = \dfrac{24}{56}$. Đáp án: $\boxed{\dfrac{3}{7}}$

c) Biến cố đối là "cả hai hỏng": $1 - \dfrac{1}{28}$. Đáp án: $\boxed{\dfrac{27}{28}}$

Bài 8.

a) Hai ô trống là 0,2 và 0,7. Nhân dọc nhánh: $0{,}25 \cdot 0{,}8$. Đáp án: $\boxed{0{,}2}$

b) Cộng hai lá "buýt": $0{,}25 \cdot 0{,}8 + 0{,}75 \cdot 0{,}3 = 0{,}2 + 0{,}225$. Đáp án: $\boxed{0{,}425}$

c) $0{,}75 \cdot 0{,}7$. Đáp án: $\boxed{0{,}525}$

DẠNG 4. Câu đúng sai kiểu đề thi

Cách làm. Mỗi mệnh đề: tính đúng đại lượng được hỏi, so với số trong mệnh đề rồi kết luận **Đúng** hoặc **Sai**. Muốn kết luận độc lập phải kiểm $P(A \mid B) = P(A)$.

Bài 9.

a) $n(B) = 72 + 60 = 132$, $P(B) = \dfrac{132}{200} = 0{,}66$. **Đúng.**

b) Trong 80 trẻ em có 60 em mua bắp: $\dfrac{60}{80} = 0{,}75$. **Đúng.**

c) Điều kiện là 132 người mua bắp, trong đó 60 trẻ em: $\dfrac{60}{132} = \dfrac{5}{11} \approx 0{,}45$. **Sai.**

d) Trong 120 người lớn có 72 người mua bắp: $\dfrac{72}{120} = 0{,}6$. **Đúng.**

Đáp án: **a) Đúng · b) Đúng · c) Sai · d) Đúng**

Bài 10.

a) Đề cho trực tiếp: trong sản phẩm của dây chuyền I, 95% đạt chuẩn. **Đúng.**

b) Công thức nhân: $P(AB) = P(A)\,P(B \mid A) = 0{,}6 \cdot 0{,}95 = 0{,}57$. **Đúng.**

c) $P(\overline{A}\,\overline{B}) = 0{,}4 \cdot 0{,}1 = 0{,}04$. **Đúng.**

d) Cộng hai lá "đạt chuẩn" trên sơ đồ cây: $0{,}6 \cdot 0{,}95 + 0{,}4 \cdot 0{,}9 = 0{,}57 + 0{,}36 = 0{,}93 \neq 0{,}925$. **Sai.**

Đáp án: **a) Đúng · b) Đúng · c) Đúng · d) Sai**