

# Bất đẳng thức và tính chất

Họ và tên: \_\_\_\_\_

Ngày: \_\_\_\_\_

## DẠNG 1. Viết bất đẳng thức từ lời

Gợi ý: không quá, tối đa:  $\leq$ ; ít nhất, tối thiểu, từ ... trở lên:  $\geq$ ; trên, dưới, lớn hơn, nhỏ hơn:  $>$ ,  $<$  (không có bằng).

**Bài 1.** Dùng kí hiệu để viết bất đẳng thức.

a)  $x$  lớn hơn hoặc bằng  $-7$ .

b)  $k$  không vượt quá  $15$ .

c)  $n$  là số không âm.

d)  $b$  nhỏ hơn  $3,5$ .

**Bài 2.** Viết một bất đẳng thức mô tả mỗi tình huống (gọi tên đại lượng bằng một chữ cái).

a) Hành lí xách tay lên máy bay nặng không quá  $7\text{ kg}$ .

.....

b) Phim chỉ dành cho khán giả từ  $13$  tuổi trở lên.

.....

c) Nước trong ấm chưa sôi, tức là nhiệt độ còn dưới  $100^\circ\text{C}$ .

.....

**Bài 3.** Mỗi cặp bất đẳng thức sau cùng chiều hay ngược chiều?

a)  $3 < 8$  và  $-1 < 0$

b)  $4 > 2$  và  $-5 < -3$

## DẠNG 2. So sánh mà không cần tính

Gợi ý: tìm phần giống nhau ở hai vế, so sánh phần khác nhau, rồi dùng tính chất cộng hoặc nhân (nhân số âm thì đổi chiều).

**Bài 4.** Không tính, điền dấu  $<$  hoặc  $>$  vào ô trống.

a)  $125 + (-17)$    $119 + (-17)$

b)  $3,2 - 45$    $3,4 - 45$

c)  $8 \cdot (-2,7)$    $8 \cdot (-3,1)$

d)  $(-5) \cdot 4,6$    $(-5) \cdot 3,9$

$$\text{e)} (-9) \cdot (-7) \boxed{\phantom{00}} (-9) \cdot (-2)$$

$$\text{f)} \sqrt{7} + 3 \boxed{\phantom{00}} 6$$

**Bài 5.** Không tính giá trị hai vế, hãy chứng minh  $4 \cdot (-6) + 150 < 4 \cdot (-2) + 150$ .

.....

.....

.....

### **DẠNG 3. Biết một bất đẳng thức, so sánh hai biểu thức**

---

Gợi ý: đi từ bất đẳng thức đã cho, cộng / nhân từng bước cho giống biểu thức cần so sánh; mỗi lần nhân, xem số đó dương hay âm.

**Bài 6.** Cho  $m < n$ . So sánh

**a)**  $m + 12$  và  $n + 12$ ;

.....

**b)**  $7m$  và  $7n$ ;

.....

**c)**  $-2m + 5$  và  $-2n + 5$ ;

.....

.....

**d)**  $3 - 4m$  và  $3 - 4n$ .

.....

.....

**Bài 7.** So sánh hai số  $a$  và  $b$ , biết

**a)**  $a - 8 > b - 8$ ;

.....

**b)**  $-6a \leq -6b$ ;

.....

**c)**  $2a + 1 < 2b + 1$ .

.....

.....

## DẠNG 4. Chứng minh bất đẳng thức

---

Gợi ý: tìm một số làm cầu ở giữa (hay dùng 0, 1, -1 hoặc một số nguyên), hoặc đi từ điều đã biết rồi cộng, nhân từng bước.

**Bài 8.** Chứng minh (gợi ý: tìm số làm cầu).

a)  $\frac{53}{52} > \frac{49}{50}$ ;

.....  
.....

b)  $-\frac{31}{30} < -\frac{28}{29}$ ;

.....  
.....  
.....

c)  $\frac{23}{7} > \frac{29}{10}$ .

.....  
.....

**Bài 9.** Chứng minh

a) Nếu  $x \geq 2$  thì  $4x - 3 \geq 5$ ;

.....  
.....

b) Nếu  $y < -1$  thì  $6 - 3y > 9$ .

.....  
.....  
.....

**Bài 10.** Bạn Long viết: "Vì  $-4 < -1$  và  $-3 < 2$  nên nhân vế với vế ta được  $12 < -2$ ." Bạn Long đúng hay sai? Vì sao?

.....  
.....

**Bài 11.** Lớp 9A có quỹ 2 400 000 đồng để đi tham quan. Tiền thuê xe hết 900 000 đồng, vé vào cửa mỗi bạn 45 000 đồng. Gọi  $x$  là số bạn đi tham quan.

**a)** Viết bất đẳng thức mô tả điều kiện tổng số tiền không vượt quá quỹ.

.....  
.....

**b)** Lớp có thể cho nhiều nhất bao nhiêu bạn đi tham quan?

.....  
.....  
.....  
.....

# Bất đẳng thức và tính chất

## DẠNG 1. Viết bất đẳng thức từ lời

**Cách làm.** Tìm từ khoá. Có chữ "hoặc bằng", "không quá", "ít nhất", "từ... trở lên", "không âm", "không dương" thì dấu có gạch bằng ( $\leq$  hoặc  $\geq$ ). Hai bất đẳng thức cùng dấu  $<$  (hoặc cùng dấu  $>$ ) là cùng chiều; một  $<$ , một  $>$  là ngược chiều.

### Bài 1.

- a) "hoặc bằng" nên dùng  $\geq$ .    Đáp án:  $x \geq -7$
- b)  $k = 15$  vẫn được nên dùng  $\leq$ .    Đáp án:  $k \leq 15$
- c) Không âm là dương hoặc bằng 0.    Đáp án:  $n \geq 0$
- d) Không có "bằng".    Đáp án:  $b < 3,5$

### Bài 2.

- a) Gọi  $m$  (kg) là khối lượng hành lí; đúng 7 kg vẫn được mang.    Đáp án:  $m \leq 7$
- b) Gọi  $t$  là số tuổi; đúng 13 tuổi vẫn được xem.    Đáp án:  $t \geq 13$
- c) Gọi  $T$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) là nhiệt độ nước; "dưới" không có bằng.    Đáp án:  $T < 100$

### Bài 3.

- a) Cùng dấu  $<$ .    Đáp án: **Cùng chiều**
- b) Một dấu  $>$ , một dấu  $<$ .    Đáp án: **Ngược chiều**

## DẠNG 2. So sánh mà không cần tính

**Cách làm.** Cộng (trừ) cùng một số vào hai vế: giữ chiều. Nhân (chia) hai vế với cùng một số dương: giữ chiều; với cùng một số âm: đổi chiều.

### Bài 4.

- a)  $125 > 119$ , cộng  $-17$  vào hai vế, giữ chiều.    Đáp án:  $125 + (-17) > 119 + (-17)$
- b)  $3,2 < 3,4$ , trừ 45 ở hai vế, giữ chiều.    Đáp án:  $3,2 - 45 < 3,4 - 45$
- c)  $-2,7 > -3,1$ , nhân với  $8 > 0$ , giữ chiều.    Đáp án:  $8 \cdot (-2,7) > 8 \cdot (-3,1)$

d)  $4,6 > 3,9$ , nhân với  $-5 < 0$ , đổi chiều. Đáp án:  $(-5) \cdot 4,6 < (-5) \cdot 3,9$

e)  $-7 < -2$ , nhân với  $-9 < 0$ , đổi chiều. Đáp án:  $(-9) \cdot (-7) > (-9) \cdot (-2)$

f)  $7 < 9$  nên  $\sqrt{7} < 3$ ; cộng 3 vào hai vế. Đáp án:  $\sqrt{7} + 3 < 6$

**Bài 5.**  $-6 < -2$ . Nhân hai vế với  $4 > 0$  (giữ chiều):  $4 \cdot (-6) < 4 \cdot (-2)$ . Cộng 150 vào hai vế (giữ chiều):  $4 \cdot (-6) + 150 < 4 \cdot (-2) + 150$ .

Đáp án: **Điều phải chứng minh.**

### DẠNG 3. Biết một bất đẳng thức, so sánh hai biểu thức

**Cách làm.** Làm lần lượt: nhân (hoặc chia) trước, cộng (hoặc trừ) sau. Mỗi bước ghi rõ giữ chiều hay đổi chiều. Bài ngược (biết bất đẳng thức của biểu thức, so sánh  $a$  và  $b$ ): làm các bước theo chiều ngược lại.

**Bài 6.**

a) Cộng 12 vào hai vế của  $m < n$ , giữ chiều. Đáp án:  $m + 12 < n + 12$

b) Nhân hai vế với  $7 > 0$ , giữ chiều. Đáp án:  $7m < 7n$

c) Nhân hai vế với  $-2 < 0$ , đổi chiều:  $-2m > -2n$ . Cộng 5 vào hai vế, giữ chiều. Đáp án:  $-2m + 5 > -2n + 5$

d) Nhân với  $-4$ , đổi chiều:  $-4m > -4n$ . Cộng 3 vào hai vế:  $3 - 4m > 3 - 4n$ . Đáp án:  $3 - 4m > 3 - 4n$

**Bài 7.**

a) Cộng 8 vào hai vế, giữ chiều. Đáp án:  $a > b$

b) Chia hai vế cho  $-6 < 0$  (tức nhân với  $-\frac{1}{6}$ ), đổi chiều. Đáp án:  $a \geq b$

c) Cộng  $-1$  vào hai vế:  $2a < 2b$ . Chia hai vế cho  $2 > 0$ , giữ chiều. Đáp án:  $a < b$

### DẠNG 4. Chứng minh bất đẳng thức

**Cách làm.** Bắc cầu: nếu  $A > c$  và  $c > B$  thì  $A > B$ . Phân số có tử lớn hơn mẫu (tử, mẫu dương) thì lớn hơn 1; tử nhỏ hơn mẫu thì nhỏ hơn 1. Nhân vế với vế hai bất đẳng thức chỉ đúng khi các vế đều dương – đừng dùng khi có số âm.

**Bài 8.**

a)  $\frac{53}{52} > 1$  (tử lớn hơn mẫu) và  $1 > \frac{49}{50}$  (tử nhỏ hơn mẫu). Bắc cầu qua 1. Đáp án:

$$\frac{53}{52} > 1 > \frac{49}{50}$$

- b)  $\frac{31}{30} > 1$  nên nhân với  $-1$  (đổi chiều):  $-\frac{31}{30} < -1$ .  $\frac{28}{29} < 1$  nên  $-\frac{28}{29} > -1$ . Bắc cầu qua  $-1$ . Đáp án:  $-\frac{31}{30} < -1 < -\frac{28}{29}$

- c)  $\frac{23}{7} > \frac{21}{7} = 3$  và  $3 = \frac{30}{10} > \frac{29}{10}$ . Bắc cầu qua  $3$ . Đáp án:  $\frac{23}{7} > 3 > \frac{29}{10}$

### Bài 9.

- a) Nhân hai vế với  $4 > 0$  (giữ chiều):  $4x \geq 8$ . Cộng  $-3$  vào hai vế:  $4x - 3 \geq 5$ . Đáp án: **Điều phải chứng minh.**
- b) Nhân hai vế với  $-3 < 0$  (đổi chiều):  $-3y > 3$ . Cộng  $6$  vào hai vế:  $6 - 3y > 9$ . Đáp án: **Điều phải chứng minh.**

**Bài 10.**  $(-4) \cdot (-3) = 12$  và  $(-1) \cdot 2 = -2$ , mà  $12 > -2$ . Nhân vế với vế chỉ dùng được khi các vế đều dương; ở đây có số âm. Đáp án: **Sai**

### Bài 11.

- a) Tiền vé của  $x$  bạn là  $45\,000x$  đồng; cộng tiền thuê xe, không vượt quá quỹ. Đáp án:  $900\,000 + 45\,000x \leq 2\,400\,000$
- b) Cộng  $-900\,000$  vào hai vế:  $45\,000x \leq 1\,500\,000$ . Chia hai vế cho  $45\,000 > 0$  (giữ chiều):  $x \leq 33,3 \dots$   $x$  là số tự nhiên nên  $x \leq 33$ . Thử lại:  $33 \cdot 45\,000 = 1\,485\,000 \leq 1\,500\,000$ ;  $34 \cdot 45\,000 = 1\,530\,000$  vượt quá. Đáp án: **Nhiều nhất 33 bạn**